

## Examenul național de bacalaureat 2023

## Proba E. c)

## Matematică M\_tehnologic

## Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

## SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Determinați produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că  $b_1 = 2$  și  $b_2 = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2x - 3$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(a + 1, a - 1)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 x + \log_2(x - 1) = \log_2 12$ .
- 5p 4. Prețul de vânzare al unui produs este de 280 lei. Acest preț este format din prețul de producție, adaosul comercial și TVA-ul. Știind că adaosul comercial reprezintă 16% din prețul de fabricație, TVA-ul reprezintă 24% din prețul de fabricație, determinați prețul de fabricație al produsului.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,2)$  și  $B(3,0)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ . Știind că  $AB = \sqrt{3}$ ,  $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$  și  $m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$ , calculați lungimea laturii  $BC$ .

## SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 + 3a & 2a \\ -\frac{9a}{2} & 1 - 3a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A^2(1)) = 1$ .
- 5p b) Să se arate că matricea  $A(a)$  este inversabilă, oricare ar fi  $a \in R$ .
- 5p c) Să se demonstreze că  $A(a) \cdot A(b) = A(a + b)$ , oricare ar fi  $a, b \in R$ .
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 5x - 5y + 30$
- 5p a) Demonstrați că  $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Arătați că  $e = 6$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p c) Știind că legea de compoziție este asociativă, calculați  $1 * 2 * 3 * \dots * 2022$

## SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (-2, \infty) \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, \infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că  $f(x) < 1$ , pentru orice  $x \in (-2, \infty)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f, g: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (x + 1)e^x$  și  $g(x) = (x + 2)e^x$ .
- 5p a) Demonstrați că funcția  $f$  este o primitivă a funcției  $g$ .
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care primitiva funcției  $g$  este convexă.
- 5p c) Calculați  $\int f(x) \cdot g(x) dx$ .