

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass  $3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = 4$ .
- 5p 2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ . Bestimme die reelle Zahl  $a$  so, dass  $f(a) = 6$ .
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung  $\log_7(2x + 1) = \log_7 9$ .
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Zahl  $n$  aus der Menge  $A = \{1, 2, 3, \dots, 23\}$ , die Ungleichung  $n \geq 10$  erfüllt.
- 5p 5. Gegeben sind die Punkte  $A(-1, 2)$  und  $B(1, 6)$  in dem kartesischen Koordinatensystem  $xOy$ . Bestimme die Koordinaten der Mitte der Strecke  $AB$ .
- 5p 6. Gegeben ist das Dreieck  $ABC$ , rechtwinklig in  $A$ , mit  $AC = \sqrt{2}$  und  $BC = 2$ . Zeige, dass das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig ist.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  und  $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\det A = -1$ .
- 5p b) Zeige, dass  $2B - A = 3C$ .
- 5p c) Bestimme die Matrix  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  so, dass  $2X \cdot A = B + 2C$ .
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$ .
- 5p a) Zeige, dass  $5 * 4 = 4$ .
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl  $x$  so, dass  $x * 6 = 6x$ .
- 5p c) Bestimme die natürlichen, von Null verschiedenen Zahlen  $n$  so, dass  $\frac{4}{n} * n > 4$ .

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 9$ .
- 5p a) Zeige, dass  $f'(x) = 3(x^2 + 4x - 5)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Bestimme die Monotonieintervalle der Funktion  $f$ .
- 5p c) Zeige, dass  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{e^x f''(x)} = 0$ .
2. Gegeben ist die Funktion  $f: (-9, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{8x}{x + 9}$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\int_0^1 (x + 9) \cdot f(x) dx = 4$ .
- 5p b) Zeige, dass  $\int_1^6 \frac{1}{8x} \cdot f(x) dx = \ln \frac{3}{2}$ .
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl  $a$  so, dass  $\int_0^3 f(x^2) dx = 6(4 + a\pi)$ .