

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 1

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy  $3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = 4$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$  függvény. Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $f(a) = 6$ .
- 5p 3. Oldja meg a  $\log_7(2x + 1) = \log_7 9$  egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az  $A = \{1, 2, 3, \dots, 23\}$  halmaz véletlenszerűen kiválasztott  $n$  eleme teljesítse az  $n \geq 10$  egyenlőtlenséget!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(-1, 2)$  és  $B(1, 6)$  pontok. Határozza meg az  $AB$  szakasz felezőpontjának koordinátáit!
- 5p 6. Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszögben  $AC = \sqrt{2}$  és  $BC = 2$ . Igazolja, hogy az  $ABC$  háromszög egyenlő szárú!

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  és  $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\det A = -1$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $2B - A = 3C$ .
- 5p c) Határozza meg azt az  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixot, amelyre  $2X \cdot A = B + 2C$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$  műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy  $5 * 4 = 4$ .
- 5p b) Határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $x * 6 = 6x$ .
- 5p c) Határozza meg azokat a nullától különböző  $n$  természetes számokat, amelyekre  $\frac{4}{n} * n > 4$ .

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 9$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $f'(x) = 3(x^2 + 4x - 5)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Határozza meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!
- 5p c) Igazolja, hogy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{e^x f''(x)} = 0$ .
2. Adott az  $f: (-9, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{8x}{x+9}$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\int_0^1 (x+9) \cdot f(x) dx = 4$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $\int_1^6 \frac{1}{8x} \cdot f(x) dx = \ln \frac{3}{2}$ .
- 5p c) Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $\int_0^3 f(x^2) dx = 6(4 + a\pi)$ .