

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $1,5 + 3 \cdot (1 - 0,5) = 3$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x$ függvény. Igazolja, hogy $f(0) - f(1) = 1$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{3x - 8} = 1$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ halmaz véletlenszerűen kiválasztott n eleme teljesítse a $2n \geq 9$ egyenlőtlenséget!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,0)$, $B(1,2)$ és $C(4,1)$ pontok. Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!
- 5p 6. Az ABC háromszög A -ban derékszögű, területe 50 és $AC = 5$. Igazolja, hogy az AB oldalának hossza 20.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -x & 2-x \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 2$.
- 5p b) Igazolja, hogy $3A(2) + A(6) = 4A(3)$.
- 5p c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre teljesül az $A(x) \cdot A(x) = 2A(x)$ egyenlőség!
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = xy + 2x - y - 1$ művelet.
- 5p a) Igazolja, hogy $1 * 1 = 1$.
- 5p b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $x * 2 = x$.
- 5p c) Igazolja, hogy $(1-x) * x \leq 2$, bármely x valós szám esetén!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{2}{e^x} - 1$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{2(e^x - 1)}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az f függvény grafikus képe $x = 0$ abszcisszájú pontjában!
- 5p c) Határozza meg az m és n valós számokat tudva azt, hogy az $y = mx + n$ egyenletű d egyenes az f függvény grafikus képének ferde aszimptotája a $+\infty$ felé!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_1^2 (f(x) - 3x) dx = 15$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_2^5 \frac{1}{f(x) - 4x^3 + 3} dx = \frac{1}{3} \ln 2$.
- 5p c) Igazolja, hogy a $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x^3 + f(x)}{x}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származott forgástest térfogata $2\pi f(3)$.