Examenul național de bacalaureat 2023
Simulare județeană
Proba Ec)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $\frac{1-i}{1+2i}+\frac{1+i}{1-2i}<0$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-2mx+2m+2$, unde m este un parametru real. Determinaţi numerele reale m pentru care vârful parabolei asociate funcției f are coordonatele egale.

5p **3**. Determinaţi numerele reale x pentru care $2\log_3(x+5)+1=\log_3 75$.

5p **4**. Determinaţi probabilitatea ca alegând un număr natural par de trei cifre acesta să aibă suma cifrelor 9 sau 18.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ şi $B(3,4)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin punctul $P(3,3)$ şi este paralelă cu dreapta AB.

5p **6** Dacă $a\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ şi $\sin a=\frac{3}{5}$ arătaţi că $3\sin x+4\cos x+5\cos(a+x)=0$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&2&-1\\0&3&0\\-2&4&1\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $X(a)=I_3+aA, a\in\mathbb{R}$.

5p a) Arătaţi că $\det X(1)=16$.

5p b) Arătaţi că pentru orice numere reale a şi b avem $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+3ab)$.

5p c) Determinaţi numerele naturale m şi n pentru care $X(m)\cdot X(n)=X(9)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale strict pozitive se defineşte legea de compoziţie $x*y=x^{\ln\sqrt[3]{y}}$.

5p a) Arătaţi că $2*1=1$.

5p b) Demonstraţi că e^3 este elementul neutru al legii de compoziţie „ * ”.

5p c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale pozitive ecuaţia $x*x=e^3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$.

5p a) Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-1}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f către $-\infty$.

5p c) Determinați imaginea funcției, Imf.

2. Se consideră funcţiile $f:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}, f(x)=(x^2+2x+2)e^x$ şi $F:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}, F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$.

5p a) Determinaţi numerele reale a,b,c, ştiind că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

5p b) Determinaţi primitiva G a funcţiei $g(x)=f(x)-2e^x$, g: $\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$, cu proprietatea că graficul lui G contine punctul A(0, 2).

5p c) Demonstraţi că $\frac{e^2-1}{e^2}\le\int_{-2}^{0}f(x)dx\le\frac{2e^2-2}{e^2}$.