Simulare, Bacalaureat, ianuarie 2024
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z^2+2=(1+i)^2+2=$	**2p**
	$=1+2i+i^2+2=2+2i=2(1+i)=2z$	**3p**
2.	$\Delta=4m+20$	**2p**
	$f(x)>0$ pentru orice număr real x, deci $\Delta<0$, de unde obținem $m\in(-\infty,-5)$	**3p**
3.	$3x^2-12=(x+2)^2 \Rightarrow x^2-2x-8=0$	**3p**
	$x=-2$, care nu convine $x=4$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de doua cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În aceasta mulțime există 22 de numere divizibile cu 4, 18 de numere divizibile cu 5 şi 4 numere divizibile atât cu 4 cât şi cu 5, deci sunt 22+18-4=36 de cazuri favorabile	**2p**
	$P=\dfrac{nr.\text{ cazuri favorabile}}{nr.\text{ cazuri posibile}}=\dfrac{36}{90}=\dfrac{2}{5}$	**1p**
5.	$2\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$	**3p**
	$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$, deci $ADBC$ este paralelogram.	**2p**
6.	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$, $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x \Leftrightarrow \cos x-\sin x=\sin x-\cos x$	**3p**
	$\Leftrightarrow \cos x=\sin x$ şi, cum $x\in(0,2\pi)$, obținem $x=\dfrac{\pi}{4}$ sau $x=\dfrac{5\pi}{4}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$A(1)=\begin{pmatrix}0&2&0\\-1&3&0\\0&0&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(1))=\begin{vmatrix}0&2&0\\-1&3&0\\0&0&2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0+0+0-0-0-(-4)=4$	**3p**

b)	$A(m)\cdot A(n)=\begin{pmatrix}1-m-n-mn & 2n+2mn+2m & 0\\ -m-n-mn & 1+2m+2n+2mn & 0\\ 0 & 0 & 1+m+n+mn\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}1-(m+n+mn) & 2(m+n+mn) & 0\\ -(m+n+mn) & 1+2(m+n+mn) & 0\\ 0 & 0 & 1+(m+n+mn)\end{pmatrix}=A(m+n+mn)$, pentru orice numere reale m și n.	**3p** **2p**
c)	$A(m)\cdot A(n)\cdot A(p)=A(m+n+mn)\cdot A(p)=A(m+n+p+mn+mp+np+mnp)$, obținem $m+n+p+mn+mp+np+mnp=0$ $1+m+n+p+mn+mp+np+mnp=1\Rightarrow(1+m)+n(1+m)+p(1+m)+np(1+m)=1$, de unde obținem $(1+m)(1+n+p+np)=1$, deci $(1+m)(1+n)(1+p)=1$	**3p** **2p**
2. a)	$x*y=\log_3\left(3^x\left(3^y-3\right)-3^{y+1}+9+3\right)=$ $=\log_3\left(3^x\left(3^y-3\right)-3\left(3^y-3\right)+3\right)=\log_3\left(\left(3^x-3\right)\left(3^y-3\right)+3\right)$, pentru orice $x,y\in M$	**3p** **2p**
b)	$x*e=x$ pentru orice $x\in M$, unde e este elementul neutru al legii de compoziție, deci $\left(3^x-3\right)\left(3^e-4\right)=0$, pentru orice $x\in M$, de unde obținem $e=\log_3 4\in M$ Cum $(\log_3 4)*x=x$ pentru orice $x\in M$, obținem că $e=\log_3 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.	**3p** **2p**
c)	$x*x*x=\log_3\left(\left(3^x-3\right)^3+3\right)=x\Leftrightarrow\left(3^x-3\right)^3+3=3^x\Leftrightarrow\left(3^x-3\right)^3=3^x-3$ Deci $3^x-3=0$ sau $\left(3^x-3\right)^2=1$, de unde $x=1$ sau $x=\log_3 4$, care convin.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-(x+3)\cdot\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}}{x^2+3}=$ $=\dfrac{x^2+3-x^2-3x}{\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+3}}=\dfrac{3(1-x)}{\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+3}},x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)\right)^{2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{(x+3)^2}{x^2+3}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+6x+9}{x^2+3}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{6x+6}{x^2+3}\right)^x=$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(1+\dfrac{6x+6}{x^2+3}\right)^{\frac{x^2+3}{6x+6}}\right)^{\frac{6x^2+6x}{x^2+3}}=e^6$	**3p** **2p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,1]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty,1]$ și $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1,+\infty)$ și, cum $f(1)=2$, obținem că $f(x)\leq 2$ pentru orice număr real x $f\left(e^x\right)\leq 2\Rightarrow\dfrac{e^x+3}{\sqrt{e^{2x}+3}}\leq 2\Rightarrow 2\sqrt{e^{2x}+3}\geq e^x+3\Rightarrow 2\sqrt{e^{2x}+3}-e^x-3\geq 0$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**

2. a)	$\int \frac{f(x)}{\ln(x+2)}dx = \int \frac{\frac{\ln(x+2)}{x^2+1}}{\ln(x+2)}dx =$ $= \int \frac{1}{x^2+1}dx = arctgx + C, C \in \mathbb{R}, x \in (-2,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\int f(x)(x^2+1)dx = \int \frac{\ln(x+2)}{x^2+1}(x^2+1)dx = \int \ln(x+2)dx =$ $= x\ln(x+2) - \int \frac{x}{x+2}dx = x\ln(x+2) - x + 2\ln(x+2) = (x+2)\ln(x+2) - x + C$	**2p** **3p**
c)	F este o primitivă a lui f, deci $F'(x) = f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x^2+1}$, de unde obținem că $F'(x) > 0$, pentru orice $x \in (-1,+\infty)$, deci F este strict crescătoare pe $(-1,+\infty)$ Cum $-1 < -\frac{1}{2023} < -\frac{1}{2024}$, obținem că $F\left(-\frac{1}{2023}\right) < F\left(-\frac{1}{2024}\right)$.	**3p** **2p**