Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, aprilie 2024
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Calculați $3a-2b$, știind că numerele $2, a, 8, b, 14$ sunt, în această ordine, în progresie aritmetică.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x+4$. Să se determine punctul de pe graficul funcției care are abscisa egală cu opusul ordonatei.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-3x+3}=x-1$.

5p **4.** Determinați numărul submulțimilor cu cel mult trei elemente ale mulțimii $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy, se consideră punctele $A(1,3), B(-1,2)$ și $C(a,-1)$. Determinați numărul real a, știind că dreptele OA și BC sunt perpendiculare.

5p **6.** Calculați $\sin 14°\cdot\cos 31°+\cos 14°\cdot\sin 31°$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+aA, a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Rezolvați ecuația $\det\big(X(a)\big)=0$.

5p **b)** Verificați dacă $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+7ab), \forall a,b\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Arătați că $\det\left(\big(X(1)\big)^{2024}\right)=2^{6072}$.

2. Fie inelul $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$ al claselor de resturi modulo 8 .

5p **a)** Să de determine $a\in\mathbb{Z}_8$, astfel încât $\hat{4}a=\hat{0}$.

5p **b)** Calculați produsul elementelor inversabile ale inelului.

5p **c)** Arătați că funcția $f:\mathbb{Z}_8\to\mathbb{Z}_8, f(x)=x^2$ **nu** este surjectivă.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2\sqrt{x}}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{1-3x^2}{\sqrt{x}(x^2+1)^2},\ x>0$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$.

5p **c)** Demonstrați că $(\pi^2+1)\sqrt{e}>(e^2+1)\sqrt{\pi}$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}$ și $g(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

5p **a)** Arătați că g este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_e^{e^2} f(x)dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_1^2 x\cdot f(x^2+1)dx=\frac{\sqrt{10}}{20}\ln\frac{5^{\sqrt{2}}}{2^{\sqrt{5}}}$.