

Examenul de bacalaureat național 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model ianuarie 2024

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Să se arate că numărul $N = (-2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2 - (20 - 12\sqrt{6})$ este număr natural.
- 5p 2. Să se determine numerele reale m , pentru care $A(m; 2)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x - 2$.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $5^{\sqrt{x-1}} = 125$.
- 5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$, aceasta să verifice inegalitatea $3^n > (n + 1)!$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy , se consideră punctele $A(2; -2)$ și $B(4; 0)$. Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de B .
- 5p 6. Să se calculeze aria triunghiului MNP , știind că $MN = 5\sqrt{2}$, $NP = 3$ și $\sphericalangle MNP = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consider matricea $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p a) Să se calculeze $\det A$;
- 5p b) Să se demonstreze că $A = 2I_2 - A^2$, unde $A^2 = A \cdot A$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- 5p c) Să se determine matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x+1 \end{pmatrix}$, astfel încât $\det(X + A) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție „*” definită prin $x * y = 2(xy + 3x + 3y + 7) + 1$
- 5p a) Calculați $(-3) * 2 * 5$;
- 5p b) Să se arate că $x * y = 2(x + 3)(y + 3) - 3$;
- 5p c) Să se determine numerele reale x , pentru care $x * x * x = 29$

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 1 Se consider funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$
- 5p a) Să se calculeze $f^{-1}(x)$
- 5p b) Demonstrați că $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 3$;
- 5p c) Să se arate că funcția este crescătoare, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 2)^3 - 6x^2 - 8$.
- 5p a) Să se calculeze $\int (f(x) + 6x^2 - 8) dx$;
- 5p b) Să se verifice dacă funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6x^2 - 2$ este o primitivă a funcției f ;
- 5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$, astfel încât $\int_1^{a^2} (f(x) - x^3)e^x dx = 36e^{a^2}$.