Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. Thema (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme die reelle Zahl x, wenn die Zahlen 5, $2x+3$, $2x+7$ aufeinanderfolgende Glieder einer arithmetischen Folge sind.

5p **2.** Zeige, dass für jede reelle Zahl m, das Schaubild der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+(m-1)x-m$ die Ox Achse schneidet.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{2-x}=2x-1$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Zahl aus der Menge $\{1,2,3,4,5\}$, die Beziehung $5^{n-1}>(n+1)!$ erfüllt.

5p **5.** Bestimme die reellen Zahlen a und b, wenn $M(a,-2)$ der Schnittpunkt der Geraden $x+(2a+1)y-4=0$ und $3x+by-8=0$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy ist.

5p **6.** Zeige, dass $\dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\operatorname{tg} x$, für jede reelle Zahl $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

II. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Determinante $D(x,y)=\begin{vmatrix}1 & x & \frac{1}{x}\\ 1 & y & \frac{1}{y}\\ 1 & \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix}$, wobei x und y reelle, von Null verschiedene Zahlen, sind.

5p **a)** Zeige, dass $D\left(2,\dfrac{1}{2}\right)=0$.

5p **b)** Zeige, dass $D(x,y)=-\dfrac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$, für alle reelle von Null verschiedene Zahlen x und y.

5p **c)** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $D(\log_2 x,\ 2)=0$.

2. Gegeben sind die Matrizen $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ und $A(a)=\begin{pmatrix}1&2&a\\a&1&2\\2&a&1\end{pmatrix}$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $2A(1)-A(-1)=A(3)$.

5p **b)** Bestimme die reellen Zahlen a und b so, dass $A(a)+bI_3=2(A(1)-I_3)(A(1)-I_3)$.

5p **c)** Zeige, dass die Matrix $A(n)$ für jede natürliche Zahl n umkehrbar ist.

III. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{x+1}{x}$ und die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n=f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$.

5p **a)** Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f.

5p **b)** Zeige, dass die Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ steigend ist.

5p **c)** Berechne $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n+1)(a_n-\ln n)$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2x+a+1, & x\le 1\\ x^2+a^2x, & x>1\end{cases}$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bestimme die reellen Zahlen a, für die die Funktion f stetig in $x=1$ ist.

5p **b)** Für $a=2$, berechne $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(x)+x}\right)$.

5p **c)** Für $a=-1$, zeige, dass die Gleichung $f(x)+2^x=0$ wenigstens eine Lösung im Intervall $[-1,0]$ hat.