Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADAT (30 pont)

5p **1.** Igazold, hogy $\log_{2016} 63 + \log_{2016} 32 + \sqrt{0,0625} = \frac{5}{4}$.

5p **2.** Határozd meg azt az m valós számot, amelyre az $x^2 - (3m-4)x + m - 3 = 0$ egyenlet megoldásai teljesítik az $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$ összefüggést!

5p **3.** Oldd meg a valós számok halmazában a $2 \cdot 2^x + 4^x - 8^x = 0$ egyenletet!

5p **4.** Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott elem az $f(n) = 0$ egyenlet megoldása legyen, ahol $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(n) = n^3 + 3n - 4$.

5p **5.** Az ABC háromszögben $AB = AC = 6\sqrt{3}$ és $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$. Számítsd ki az $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ vektor hosszát!

5p **6.** Igazold, hogy $\sin(a+b) = 1$, ha $a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq b$ és $\sin a + \cos a = \sin b + \cos b$.

II. FELADAT (30 pont)

1. Adott a $\Delta(x,y) = \begin{vmatrix} x & 3 & y \\ x^2 & 2 & y^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, determináns, ahol x és y valós számok.

5p **a)** Számítsd ki $\Delta(-1,0)$ értékét!

5p **b)** Igazold, hogy $\Delta(x,y) = (x-y)(xy - 3x - 3y + 2)$, bármely x és y valós szám esetén!

5p **c)** Határozd meg az x és y egymástól különböző egész számokat, ha $\frac{1}{y-x}\Delta(x,y) = 8$.

2. Adott az $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 2^n & 3^n \\ 0 & 1 & 2^n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol n egy természetes szám.

5p **a)** Számítsd ki az $A(1) - A(0)$ mátrixot!

5p **b)** Határozd meg az $A(1)$ mátrix inverzét!

5p **c)** Ha $A(n) \cdot A(n) = A(p)$, bizonyítsd be, hogy $n = 0$ és $p = 1$.

III. FELADAT (30 pont)

1. Adott az $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{2x+1}{x}$ függvény és az $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = f(n)$ sorozat.

5p **a)** Határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó vízszintes aszimptota egyenletét a $+\infty$ felé!

5p **b)** Igazold, hogy az $(x_n)_{n\geq 1}$ sorozat csökkenő!

5p **c)** Igazold, hogy $\ln 2 < x_n \leq \ln 3$, bármely n, $n \geq 1$ természetes szám esetén!

2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-8x+7}{x^2-4x+3}, & x<1\\ \sqrt{x^2+4x-4}+a, & x\geq 1\end{cases}$ függvény, ahol a egy valós szám.

5p **a)** Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ határértéket!

5p **b)** Határozd meg az a valós szám értékét úgy, hogy az f függvény folytonos legyen az $x=1$ pontban!

5p **c)** Ha $a=2$, számítsd ki a $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}\dfrac{\ln\left(f(x)-2\right)}{x-1}$ határértéket!