Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p	**1.** Adott a $z=4-i$ komplex szám. Számítsd ki $z\cdot\overline{z}-z-\overline{z}$ értékét, ha $\overline{z}$ a z komplex szám konjugáltja!
5p	**2.** Határozd meg az m valós számot, ha az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(2m+1)x+m^2-m+2$ függvény grafikus képe érinti az Ox tengelyt!
5p	**3.** Oldd meg a $3\log_x 5+\log_5(5x)=5$ egyenletet a valós számok halmazán!
5p	**4.** Határozd meg annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva egy háromjegyű természetes számot, az 11 többszöröse legyen!
5p	**5.** Az ABC háromszögben legyen M a BC oldal felezőpontja, N pedig az AM oldalfelező felezőpontja. Bizonyítsd be, hogy $\overrightarrow{BN}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
5p	**6.** Ha $(\sin x+3\cos y)^2+(\cos x-3\sin y)^2=10$ és $x,y\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, igazold, hogy $x=y$.

II. FELADATSOR (30 pont)

	1. Adott a $\Delta(x,y)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x+1 & y+1 & 2\\ x^2+x & y^2+y & 2\end{vmatrix}$ determináns, ahol x és y valós számok.
5p	**a)** Igazold, hogy $\Delta(0,2)=-2$.
5p	**b)** Igazold, hogy $\Delta(x,y)=(x-1)(y-1)(y-x)$, bármely x és y valós szám esetén!
5p	**c)** Igazold, hogy a $\Delta(m,n)$ szám osztható 2-vel, bármely m és n egész szám esetén!
	2. Adott az $A(a)=\begin{pmatrix}a & 0 & a-1\\ 0 & 1 & 0\\ a-1 & 0 & a\end{pmatrix}$ mátrix, ahol a valós szám.
5p	**a)** Számítsd ki az $A(0)+A(2)$ összeget!
5p	**b)** Igazold, hogy $A(a)A(b)=A(2ab-a-b+1)$, bármely a és b valós szám esetén!
5p	**c)** Igazold, hogy $A\left(\frac{1}{2}\right)A\left(\frac{3}{2}\right)A\left(\frac{5}{2}\right)\cdot\ldots\cdot A\left(\frac{2017}{2}\right)=A\left(\frac{1}{2}\right)$.

III. FELADATSOR (30 pont)

	1. Adott az $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3x^2+3x+1}{x^3(x+1)^3}$ függvény.
5p	**a)** Igazold, hogy $f(x)=\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{1}{(x+1)^3}$, bármely $x\in(0,+\infty)$ esetén!
5p	**b)** Határozd meg az f függvény grafikus képének vízszintes aszimpototáját a $+\infty$ felé!
5p	**c)** Számítsd ki a $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(n)\right)^{2n^3}$ határértéket!

2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^3+3x^2-x+a, & x\le 0 \\ \dfrac{e^{4x}-1}{e^{3x}-1}, & x>0 \end{cases}$ függvény, ahol a egy valós szám.

5p **a)** Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x^3}$ határértéket!

5p **b)** Határozd meg azt az a valós számot, amelyre az f függvény folytonos az $x=0$ pontban!

5p **c)** Ha $a\in(-6,-3)$, igazold, hogy az $f(x)=0$ egyenletnek legalább két különböző valós megoldása van a $(-3,-1)$ intervallumban!