

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 bodeva)

- 56 1. Smatra se complexi broj $z = 4 - i$. Izračunajte $z \cdot \bar{z} - z - \bar{z}$, gde \bar{z} je kojugovan za z .
- 56 2. Oдрedite realan broj m , znajuћи da osa Ox je tangens sa grafikom funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 - m + 2$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $3 \log_x 5 + \log_5(5x) = 5$.
- 56 4. Izračunajte вероватночу, тако да бирајући један број из скупа природних троцифрених бројева, да овај буде садржилац броја 11.
- 56 5. Smatra se троугао ABC , тачка M средина страници BC и тачка N средина медијане AM . Докажите да $\overrightarrow{BN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
- 56 6. Докажите да ако, онда $(\sin x + 3 \cos y)^2 + (\cos x - 3 \sin y)^2 = 10$ и $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, онда $x = y$.

SUBIECTUL II

(30 bodeva)

1. Smatra se детерминант $\Delta(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x+1 & y+1 & 2 \\ x^2+x & y^2+y & 2 \end{vmatrix}$, где x и y реални бројеви.
- 56 а) Докажите да $\Delta(0, 2) = -2$.
- 56 б) Докажите да $\Delta(x, y) = (x-1)(y-1)(y-x)$, за било које реалне бројева x и y .
- 56 в) Докажите да број $\Delta(m, n)$ је дељив са 2, за било које целе бројева m и n .
2. Smatra se матрица $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & a-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ a-1 & 0 & a \end{pmatrix}$, где a реални број.
- 56 а) Izračunajte $A(0) + A(2)$.
- 56 б) Докажите да $A(a)A(b) = A(2ab - a - b + 1)$, за било које реалне бројева a и b .
- 56 в) Докажите да $A\left(\frac{1}{2}\right)A\left(\frac{3}{2}\right)A\left(\frac{5}{2}\right) \cdots A\left(\frac{2017}{2}\right) = A\left(\frac{1}{2}\right)$.

SUBIECTUL III

(30 bodeva)

1. Smatra se функција $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x^2 + 3x + 1}{x^3(x+1)^3}$.
- 56 а) Докажите да $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{(x+1)^3}$, за било који $x \in (0, +\infty)$.
- 56 б) Oдрedite једначину хоризонталне асимтоте према $+\infty$ на графику функције f .
- 56 в) Izračunajte $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))^{2n^3}$.

2. Сматра се функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 - x + a, & x \leq 0 \\ e^{4x} - 1, & x > 0 \end{cases}$, где a реални број.

56 a) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^3}$.

56 b) Одредите реалан број a тако да функција f је непрекидна у $x = 0$.

56 c) Докажите да, ако $a \in (-6, -3)$, онда једначина $f(x) = 0$ има најмање две различите солуције у интервалу $(-3, -1)$.