Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p	**1.** Határozd meg a z komplex számot tudva, hogy $2\overline{z}+iz=4+5i$, ahol $\overline{z}$ a z konjugáltja!
5p	**2.** Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-2x$ függvény. Határozd meg az x valós szám azon értékeit, amelyekre $(f\circ f)(x)<x$.
5p	**3.** Oldd meg a valós számok halmazán a $3^{x^2+1}\cdot\sqrt[3]{27}=3^3$ egyenletet!
5p	**4.** Számtísd ki annak a valószínűségét, hogy véletlenszerűen kiválasztva az $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ halmaz egy kételemű részhalmazát, az csak páros számokat tartalmazzon!
5p	**5.** Adott az $ABCD$ téglalap, amelyben $AB=8$, $AD=4$ és az M pont a CD oldal felezőpontja. Számítsd ki a $\vec{v}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BM}$ vektor hosszát!
5p	**6.** Adott az $E(x)=\sin\frac{2x}{3}-\cos\frac{8x}{3}$ kifejezés, ahol x valós szám. Igazold, hogy az $E\left(\frac{\pi}{4}\right)$ természetes szám!

II. FELADATSOR (30 pont)

	1. Adottak az $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ és $A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a&a^2-a&1\\a^2-a&a^2+a&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.
5p	**a)** Igazold, hogy $\det(A(-2))=-32$.
5p	**b)** Határozd meg az x valós szám azon értékeit, amelyekre $\det(A(x)-xI_3)\geq 0$.
5p	**c)** Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak a $P_a\left(a^2+a,a^2-a\right)$ pontok, ahol a valós szám. Igazold, hogy P_a, P_{-a} és O pontok **nem** kollineárisak egyetlen a nullától különböző valós szám esetén sem!
	2. Adott az $M(x)=\begin{pmatrix}1&0&x\\0&2^x&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
5p	**a)** Igazold, hogy $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$, bármely x valós szám esetén!
5p	**b)** Számítsd ki az $M(x)$ mátrix inverzét, ahol $x\in\mathbb{R}$.
5p	**c)** Igazold, hogy $\det(M(1)+M(2)+\ldots+M(n))=2n^2\left(2^n-1\right)$, bármely nullától különböző n természetes szám esetén!

III. FELADATSOR (30 pont)

	1. Adott az $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ függvény
5p	**a)** Számítsd ki $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.

5p **b)** Határozd meg az f függvény grafikus képéhez a $+\infty$-felé húzott vízszintes aszimptota egyenletét!

5p **c)** Bizonyítsd be, hogy az $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n = f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot\ldots\cdot f(n)$ sorozat csökkenő!

2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2^x+\sin(x-1)+m, & x\leq 1 \\ \dfrac{\sqrt{3x-2}-1}{x^2-1}, & x>1 \end{cases}$ függvény, ahol m valós szám.

5p **a)** Igazold, hogy $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)=\dfrac{3}{4}$.

5p **b)** Határozd meg az m valós számot úgy, hogy az f függvény folytonos legyen az $\mathbb{R}$-en!

5p **c)** Az $m=-\dfrac{5}{4}$ érték esetén igazold, hogy az $f(x)=0$ egyenletnek van legalább egy megoldása a $(0,2)$ intervallumban!