Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

СУБЈЕКАТ I **(30 бодова)**

5б	**1.** Одредите комплексни број z, знајући да $2\overline{z}+iz=4+5i$, где $\overline{z}$ је коњуговани броја z.
5б	**2.** Сматра се функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-2x$. Одредите реалне вредности броја x тако да $(f\circ f)(x)<x$.
5б	**3.** Решите у скупу реалних бројева једначину $3^{x^2+1}\cdot\sqrt[3]{27}=3^3$.
5б	**4.** Израчунајте вероватноћу да, бирајући један подскуп из подскупова са два елемента скупа $A=\{0,1,2,3,4,5\}$, овај да садржи само парне бројеве.
5б	**5.** Сматра се правоугаоник $ABCD$ са $AB=8$, $AD=4$ и тачка M, средина странице CD. Израчунајте дужину вектора $\vec{v}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BM}$.
5б	**6.** Сматра се $E(x)=\sin\frac{2x}{3}-\cos\frac{8x}{3}$, где x је реални број. Докажите да број $E\left(\frac{\pi}{4}\right)$ је природан.

СУБЈЕКАТ II **(30 бодова)**

	1. Сматрају се матрице $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ и $A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a&a^2-a&1\\a^2-a&a^2+a&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, где a је реални број.
5б	**a)** Докажите да $\det(A(-2))=-32$.
5б	**b)** Одредите реалне вредности броја x тако да $\det(A(x)-xI_3)\geq 0$.
5б	**c)** У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $P_a\left(a^2+a,a^2-a\right)$, где a је реални број. Докажите да за било који ненултни реални број a, тачке P_a, P_{-a} и O **нису** колинеарне.
	2. Сматра се матрица $M(x)=\begin{pmatrix}1&0&x\\0&2^x&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, где x је реални број.
5б	**a)** Докажите да $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$, за било који реални број x.
5б	**b)** Израчунајте инверзну матрице $M(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
5б	**c)** Докажите да $\det\left(M(1)+M(2)+\ldots+M(n)\right)=2n^2\left(2^n-1\right)$, за било који природни ненултни број n.

СУБЈЕКАТ III **(30 бодова)**

	1. Сматра се функција $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.
5б	**a)** Израчунајте $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.
5б	**b)** Одредите једначину водоравне асимптоте према $+\infty$ на графику функције f.
5б	**c)** Докажите да низ $(a_n)_{n\geq 1}$ са $a_n=f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot\ldots\cdot f(n)$ је опадајући.

2. Сматра се функција $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2^x+\sin(x-1)+m, & x\le 1 \\ \dfrac{\sqrt{3x-2}-1}{x^2-1}, & x>1 \end{cases}$, где m је реални број.

5б **a)** Докажите да $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)=\frac{3}{4}$.

5б **b)** Одредите реални број m тако да функција f је непрекидна на $\mathbb{R}$.

5б **c)** За $m=-\frac{5}{4}$, докажите да једначина $f(x)=0$ има најмање једно решење у интервалу $(0,2)$.