

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЪЕКАТ I – Напишите, на испитном папиру, одређено слово тачног одговора. (30 бодова)

- 56 1. Збир прва три члана једне аритметичке прогресије $(a_n)_{n \geq 1}$ једнака је са 333. Други члан ове прогресије једнак је са:
A. 30 B. 111 C. 222 D. 333
- 56 2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$. Онда $(f \circ f)\left(\frac{10}{9}\right)$ једнак је са:
A. -10 B. $-\frac{5}{3}$ C. 0 D. $\frac{10}{9}$
- 56 3. Скуп солуција једначине $2\log_2(x+1) - \log_2(x+2) = \log_{\frac{1}{3}} 3$ јесте:
A. $\left\{-\frac{3}{2}, 0\right\}$ B. $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ C. $\{0\}$ D. $\left\{0, \frac{3}{2}\right\}$
- 56 4. Вероватноћа да, бирајући један број из скупа двоцифрених природних бројева, ова да садржи најмање једну парну цифру, јесте:
A. $\frac{5}{18}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{13}{18}$
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматра се троугао чије странице се налазе на парвама са једначинама $d_1: y = -2x$, $d_2: y = 2x$ и $d_3: x = 2$. Обим овог троугла једнак је са:
A. $4(2 + \sqrt{5})$ B. 24 C. $6\sqrt{5}$ D. $4(3 + \sqrt{5})$
- 56 6. Сматра се израз $E(x) = \sin x - \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, где x јесте реални број. За било који реални број x , израз $E(x)$ једнак је са:
A. 0 B. $2\cos x$ C. $2\sin x$ D. 1

СУБЪЕКАТ II – Напишите, на испитном папиру, потпуна решења.

(30 бодове)

1. Сматра се детерминант $D(a, b) = \begin{vmatrix} a & 2b & 1 \\ a & a & b \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$, где a и b су реални бројеви.
- 56 а) Израчунајте $D(0, 1)$.
- 56 б) Докажите да $D(a, 1) \geq 0$, за било који реални број a .
- 56 в) Докажите да, ако m и n су непарни цели бројеви, онда $D(m, n) \neq 0$.
2. Сматрају се матрице $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$, где x реални број.
- 56 а) Докажите да $A(-x) + A(x) = 2A(0)$, за било који реални број x .
- 56 б) Докажите да $\det(A(x)A(y) - A(2xy)) = 0$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 в) Одредите реални број m , тако да $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right) + A(2)A\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + A(2019)A\left(\frac{1}{4038}\right) = mI_3$.

1. Сматра се функција $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$.

56 а) Израчунајте $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

56 б) Сматра се низ $(a_n)_{n \geq 1}$ са $a_n = f(n)$. Докажите да низ $(a_n)_{n \geq 1}$ је ограничен.

56 в) Израчунајте $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{f(n)} - 1)$.

2. Сматра се функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} a + \frac{\sin x}{x}, & x \in (-\infty, 0) \\ \sqrt{x^2 + 2x}, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$, где a реални број.

56 а) Одредите реални број a тако да функција f је непрекидна на \mathbb{R} .

56 б) За $a = 1$, одредите једначину хоризонталне асимтоте према $-\infty$ на графику функције f .

56 в) Докажите да, за било који реални број a , једначина $f(x) = |a|$ има најмање једну солуцију.