

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványban $a_1 = 2015$ és $r = -1$. Számítsd ki a_{2015} értékét!
- 5p 2. Határozd meg az m valós szám értékét, ha az $A(2, -3)$ pont az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$ függvény grafikus képének pontja!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$ egyenletet!
- 5p 4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy az $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ halmazból egy tetszőlegesen kiválasztott kételemű részhalmaz csak négyzetszámokat tartalmazzon!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(5, -2)$ és $C(1, 2)$ pontok. Ha az $OABC$ négyszög paralelogramma, határozd meg a B pont koordinátáit!
- 5p 6. Az $ABCD$ téglalapban $AB = 3\sqrt{3}$ és $BD = 6$. Számítsd ki az ABC háromszög területét!

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adott a $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$ determináns, ahol x egy valós szám.
- 5p a) Számítsd ki $D(1)$ értékét!
- 5p b) Igazold, hogy $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p c) Oldd meg a valós számok halmazán a $D(2^x - 3) = 0$ egyenletet!
2. Adott az $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a egy valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $X(-1) + X(1) = 2X(0)$.
- 5p b) Igazold, hogy $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, bármely a és b valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg az a valós szám azon értékeit, amelyekre az $X(a)$ mátrix invertálható!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy az $x=1$ egyenes az f függvény grafikus képének függőleges aszimptotája!
- 5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$ határértéket!
- 5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képének ferde aszimptotáját a $+\infty$ -ben!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ 2x^3 + (a-3)x - 4, & x > -1 \end{cases}$ függvény, ahol a egy valós szám.
- 5p a) Határozd meg az a valós szám azon értékét, amelyre az f függvény folytonos az $x = -1$ pontban!
- 5p b) Igazold, hogy $f(x) + 2 \leq 0$, bármely $x \leq -1$ esetén!
- 5p c) Ha $a = -1$ igazold, hogy az $f(x) = 0$ egyenletnek van legalább egy megoldása a $[0, 2]$ intervallumban!