Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I.THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme den reellen Teil der komplexen Zahl $z=i(1+i)^2$.

5p **2.**Bestimme die reellen Zahlen m, wenn die Bildmenge der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+1$ das Intervall $[-1,+\infty)$ ist.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $2^{2x}+2^{x+1}=4-2^x$.

5p **4.** Bestimme die Anzahl der Elemente der Menge $M=\{1, 2, 3, \ldots, 2016\}$, die teilbar durch 5 und nicht teilbar durch 10 sind.

5p **5.** Gegeben ist das Dreieck ABC und der Punkt M so, dass $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{BM}$. Zeige, dass $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Bestimme die reellen Zahlen $x\in[0,\pi]$, für die $\sin 2x=\sin x$.

II.THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2015 & 2016 & x\\ 2015^2 & 2016^2 & x^2\end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Berechne $\det(A(2016))$.

5p **b)** Beweise, dass $\det(A(x))=(2015-x)(2016-x)$, für jede reelle Zahl x.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl x so, dass $\det(A(x))$ den kleinsten Wert hat.

2. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ und $X(a)=I_2+aA$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Berechne $A\cdot A$.

5p **b)** Beweise dass $X(a)\cdot X(b)=X(a+b)$, für alle reellen Zahlen a und b.

5p **c)** Bestimme die Umkehrmatrix der Matrix $M=X(-3)\cdot X(-2)\cdot X(-1)\cdot X(0)\cdot X(1)\cdot X(2)\cdot X(3)\cdot X(4)$.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{mx^2+4x-m}{x-1}$, wobei m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass die Gerade mit der Gleichung $x=1$ vertikale Asymptote des Schaubildes der Funktion f ist, für jede reelle Zahl m.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl m, für die die Gerade mit der Gleichung $y=3$ horizontale Asymptote des Schaubildes der Funktion $g:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ ist.

5p **c)** Für $m=-1$, berechne $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-5}{x-2}$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2}+2a, & x<2\\ ax+\log_2 x, & x\geq 2\end{cases}$, wobei a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Für $a=0$, berechne $f(-1)\cdot f(4)$.

5p **b)** Beweise, dass die Funktion f stetig ist auf $\mathbb{R}$, für jede reelle Zahl a.

5p **c)** Beweise: wenn $a\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$, dann hat die Gleichung $f(x)=0$ mindestens eine Lösung in dem Intervall $(-1,4)$.