Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I.Thema (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme die reelle Zahl x, wenn die Zahlen $x+2$, 7 und $2x$ arithmetisch gestuft sind.

5p **2.** Es seien x_1 und x_2 die Lösungen der Gleichung $x^2-2(m-1)x+2m^2-2m=0$. Bestimme die reelle Zahl m, $m\neq 0$, $m\neq 1$ so, dass $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $5^{2x}=125\cdot 5^{-x}$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Teilmenge mit zwei Elementen der Menge $M=\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$, das Element 10 enthält.

5p **5.** Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(1,1)$, $B(2,3)$ und $C(3,a)$, wo a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a so, dass die Punkte A, B und C kollinear sind.

5p **6.** Zeige, dass $2\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,x+1=0$, wenn $\sin x=\frac{1}{3}$ und $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

II.Thema (30 Punkte)

1. Es sei die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix}\frac{x+1}{2} & \frac{x-1}{2}\\ \frac{x-1}{2} & \frac{x+1}{2}\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Berechne $\det(A(3))$.

5p **b)** Beweise, dass $\det(A(x))\cdot\det(A(y))=\det(A(xy))$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **c)** Beweise, dass $\det(A(1)+A(2)+\ldots+A(n))=n(\det(A(1))+\det(A(2))+\ldots+\det(A(n)))$, für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.

2. Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 8\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ und $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Berechne $A-B$.

5p **b)** Zeige, dass $(A+I_2)\cdot(B-I_2)=6\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Beweise: wenn $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ so, dass $X\cdot A=A\cdot X$ und $X\cdot B=B\cdot X$, dann $X\cdot Y=Y\cdot X$, für alle $Y\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

III.Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+ax+6}{x+1}$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Für $a=7$, berechne $\lim_{x\to -1} f(x)$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl a so, dass die Gerade mit der Gleichung $y=x+2$ schiefe Asymptote des Schaubildes der Funktion f gegen $+\infty$ ist.

5p **c)** Beweise, dass für jede reelle Zahl a, die Funktion f **keine** horizontale Asymptote gegen $+\infty$ zulässt.

2. Es sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2mx}{2-x}, & x\in(-\infty,-2)\\ 2x+4-m, & x\in[-2,+\infty)\end{cases}$, wo m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Beweise, dass die Funktion f stetig ist auf $\mathbb{R}$, für jede reelle Zahl m.

5p **b)** Für $m=1$, löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $f(x)=0$.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl m für die $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)$.