Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADATSOR (30 pont)

5p **1.** Határozd meg az x valós számot, ha az $x+2$, 7 és $2x$ számok számtani haladványban vannak!

5p **2.** Legyenek x_1 és x_2 az $x^2-2(m-1)x+2m^2-2m=0$ egyenlet megoldásai. Határozd meg az m, $m\neq 0$, $m\neq 1$ valós számot úgy, hogy $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

5p **3.** Oldd meg az $5^{2x}=125\cdot 5^{-x}$ egyenletet a valós számok halmazán!

5p **4.** Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $M=\{1,2,3,\dots,10\}$ halmaz tetszőleges kételemű részhalmazát véletlenszerűen kiválasztva, az tartalmazza a 10-es elemet!

5p **5.** Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,1)$, $B(2,3)$ és $C(3,a)$ pontok, ahol a valós szám. Határozd meg az a valós szám értékét, ha az A, B és C pontok kollineárisak!

5p **6.** Igazold, hogy $2\sqrt{2}\,\operatorname{tg} x+1=0$, ha $\sin x=\frac{1}{3}$ és $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

II. FELADATSOR (30 pont)

1. Adott az $A(x)=\begin{pmatrix}\frac{x+1}{2} & \frac{x-1}{2}\\ \frac{x-1}{2} & \frac{x+1}{2}\end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.

5p **a)** Számítsd ki $\det(A(3))$ értékét!

5p **b)** Igazold, hogy $\det(A(x))\cdot\det(A(y))=\det(A(xy))$, bármely x és y valós számok esetén!

5p **c)** Igazold, hogy $\det(A(1)+A(2)+\ldots+A(n))=n\left(\det(A(1))+\det(A(2))+\ldots+\det(A(n))\right)$, bármely nullától különböző n természetes szám esetén!

2. Adottak az $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 8\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ és $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ mátrixok.

5p **a)** Számítsd ki az $A-B$ mátrixot!

5p **b)** Igazold, hogy $(A+I_2)\cdot(B-I_2)=6\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Tudva, hogy $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ úgy, hogy $X\cdot A=A\cdot X$ és $X\cdot B=B\cdot X$, igazold, hogy $X\cdot Y=Y\cdot X$, bármely $Y\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ esetén!

III. FELADATSOR (30 pont)

1. Adott az $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+ax+6}{x+1}$ függvény, ahol a valós szám.

5p **a)** Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ határértéket $a=7$ esetén!

5p **b)** Határozd meg az a valós szám értékét, ha az f függvény grafikus képéhez tartozó ferde aszimptota a $+\infty$ felé az $y=x+2$ egyenletű egyenes!

5p **c)** Igazold, hogy tetszőleges a valós szám esetén az f függvénynek **nincs** vízszintes aszimptotája a $+\infty$ felé!

2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2mx}{2-x}, & x\in(-\infty,-2)\\ 2x+4-m, & x\in[-2,+\infty)\end{cases}$ függvény, ahol m valós szám.

5p **a)** Igazold, hogy az f függvény folytonos az $\mathbb{R}$ halmazon, bármely m valós szám esetén!

5p **b)** $m=1$ esetén oldd meg az $f(x)=0$ egyenletet a valós számok halmazán!

5p **c)** Határozd meg az m valós szám értékét, ha $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)$.