Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

PRIMO QUESITO **(30 punti)**

5p **1.** Dimostrate che $N=\log_5 7+\log_5 35-2\log_5\frac{7}{25}$ è numero naturale.

5p **2.** Noto che $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$, calcolate $S=(f\circ f)(1)+(f\circ f)(2)+\ldots+(f\circ f)(10)$.

5p **3.** Risolvete nell'insieme dei numeri reali l'equazione $\log_2\left(x^2+1\right)+3=\log_2\left(7x^2+9\right)$.

5p **4.** Determinate la probabilità che, scegliendo un numero dell'insieme $A=\left\{i, i^2, i^3, i^4\right\}$, con $i^2=-1$, esso sia numero reale.

5p **5.** Sul piano cartesiano xOy si considerano i punti $M(1,n)$, $N(n,3)$ e $P(2n,5)$, con n numero naturale. Conoscendo che i vettori $\overrightarrow{MN}$ e $\overrightarrow{MP}$ sono allineati, determinate il numero naturale n.

5p **6.** Dimostrate che $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0$, per ogni numero reale x.

SECONDO QUESITO **(30 punti)**

1. Si considerano le matrici $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ e $X(a)=\begin{pmatrix}2&4&1\\3&9&1\\a&a^2&1\end{pmatrix}$, con a numero reale.

5p **a)** Dimostrate che $\det\left(X(-1)\right)=12$.

5p **b)** Determinate i numeri reali a per i quali $\det\left(X(a)-I_3\right)=0$.

5p **c)** Sul piano cartesiano xOy si considerano i punti $A(2,4)$, $B(3,9)$ e $C\left(a,a^2\right)$, con a numero naturale. Determinate i numeri naturali a per i quali ABC è un triangolo avente l'area minore di 3.

2. Si considera la matrice $M(x)=\begin{pmatrix}1+3x&3x\\-3x&1-3x\end{pmatrix}$, con x numero reale.

5p **a)** Dimostrate che $M(x)M(y)=M(x+y)$, per ogni numeri reali x e y.

5p **b)** Determinate l'inversa della matrice $M(x)$, con x numero reale.

5p **c)** Determinate il numero reale positivo x per il quale vale l'ugualianza $M\left(\sqrt{x}\right)M\left(\sqrt{x+5}\right)=M(5)$.

TERZO QUESITO **(30 punti)**

1. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-x-2}{x}$.

5p **a)** Calcolate $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}$.

5p **b)** Determinate l'equazione dell'asintoto obliquo verso $+\infty$ al grafico della funzione f.

5p **c)** Dimostrate che esiste un unico numero naturale m diverso da zero per il quale $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(mx)}{f(x)}=m^2-m$.

2. Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2-ax+2a-4, & x\in(-\infty,2)\\ 2^{x-1}-2, & x\in[2,+\infty)\end{cases}$, con a numero reale.

5p **a)** Dimostrate che $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4f(x)}{(1-2x)^2}=1$, per ogni numero reale a.

5p **b)** Dimostrate che la funzione f è continua in $\mathbb{R}$, per ogni numero reale a.

5p **c)** Dimostrate che, per ogni numero reale a, $a<3$, l'equazione $f(x)=0$ ha almeno una soluzione nell'intervallo $(1,3)$.