

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR – Îrd a vizgalapra a helyes válasznak megfelelő betűt!

(30 pont)

- 5p** 1. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványban $a_3 = 11$ és $a_4 = 13$. A haladvány első tagja:
A. -1 B. 3 C. 7 D. 11
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 8x + m$ függvény, ahol m valós szám. Ha az f függvényhez hozzárendelt parabola csúcsának koordinátái egyenlőek, akkor az m értéke:
A. 6 B. 8 C. 10 D. 12
- 5p** 3. Az $\sqrt{x+12} = x$ egyenlet megoldáshalmaza:
A. $\{-3, 4\}$ B. $\{4\}$ C. $\{-3\}$ D. $\{-4, 3\}$
- 5p** 4. Annak a valószínűsége, hogy az $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 120\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott elem a 25 többszöröse legyen:
A. $\frac{1}{30}$ B. $\frac{4}{121}$ C. $\frac{1}{24}$ D. $\frac{29}{30}$
- 5p** 5. Az xOy derékszögű kordináta-rendszerben adott az $M(3,5)$ és $N(4,4)$ pont. Ha a P pont az Ox tengelyen található úgy, hogy M , N és P pontok kollineárisak, akkor:
A. $P(-8,0)$ B. $P(0,8)$ C. $P(0,0)$ D. $P(8,0)$
- 5p** 6. Adott az $E(x) = \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ kifejezés, ahol x valós szám. Bármely x valós szám esetén az $E(x)$ egyenlő:
A. 0 B. $\sqrt{3} \cos x$ C. $\sin x$ D. 1

II. FELADATSOR – Îrd a vizgalapra a feladatok részletes megoldását!

(30 pont)

1. Adott a $D(x) = \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix}$ determináns, ahol x valós szám.

5p a) Igazold, hogy $D(1) = 5$.

5p b) Igazold, hogy, bármely p , $p \neq 6$, egész szám esetén, a $D(p)$ szám osztható $(6-p)$ -vel!

5p c) Határozd meg a $D(n)$ maximális értékét, ha az n természetes szám.

2. Adott az $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ és $B(x) = \begin{pmatrix} 0 & x+1 \\ x-1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.

5p a) Igazold, hogy $B(1) + B(3) = 2B(2)$.

5p b) Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.

5p c) Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $B(x) \cdot B(x) = B(x)$.

III. FELADATSOR – Îrd a vizgalapra a feladatok részletes megoldását!

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(x-4)^2}{x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ határértéket!

- 5p** b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 8x^2 + 16x}{f(x)}$ határértéket!
- 5p** c) Igazold, hogy a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{a}(f(x+a) - f(x))$ határérték **nem** függ az a -tól, ha a valós szám és $a > 0$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-2}, & x \in (-\infty, 1) \\ \ln x + m, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ függvény, ahol m valós szám.
- 5p** a) Határozd meg azt az m valós számot, amelyre az f folytonos az \mathbb{R} -en!
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó ferde aszimptota egyenletét a $-\infty$ felé!
- 5p** c) Igazold, hogy ha $m \leq 0$, akkor az f függvény szűrjektív!