Ecuații şi inecuații de gradul întâi

1. Ecuații de gradul întâi sau ecuații afine

$ax + b = 0,\ a,b,x \in \mathbf{R}$

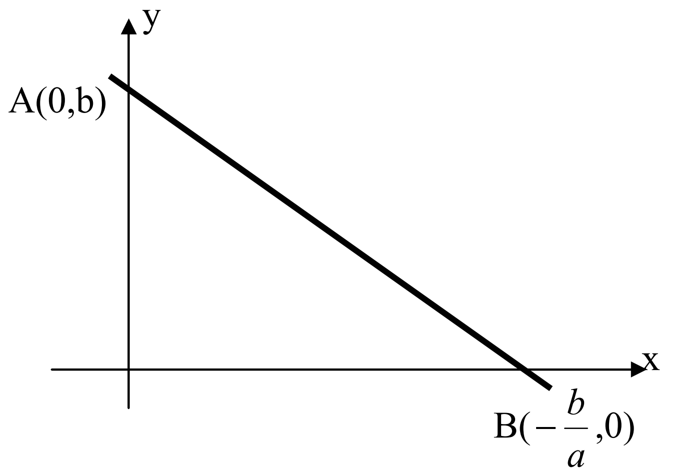
Fie S mulțimea de soluții a acestei ecuații. Dacã

1. $a \neq 0$, $x = -\frac{b}{a}$ (soluție unicã). $S = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$.
2. $a = 0$ şi $b \neq 0$, ecuația nu are soluții: $S = \emptyset$;
3. $a = 0$ şi $b = 0$, orice numãr real x este soluție a ecuației afine date; $S = \mathbf{R}$.

Semnul funcției afine $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		*semn contrar lui a*	0	*semnul lui a*	

Graficul funcției de gradul întâi va fi o linie dreaptã.



2. Inecuații de gradul întâi sau inecuații afine

Cazul 1. $ax + b > 0,\ a,b,x \in \mathbf{R}$. Fie S mulțimea soluțiilor. Dacã:

1. $a > 0$, $S = \left(-\frac{b}{a}, +\infty\right)$;
2. $a < 0$, $S = \left(-\infty, -\frac{b}{a}\right)$;
3. $a = 0$, $b > 0$, $S = \mathbf{R}$;
4. $a = 0$, $b = 0$, $S = \emptyset$.

Cazul 2. $ax + b < 0,\ a,b,x \in \mathbf{R}$. Dacã:

1. $a > 0$, $S = \left(+\infty, -\frac{b}{a}\right]$
2. $a < 0$, $S = \left[-\frac{b}{a}, +\infty\right)$
3. $a = 0$, $b = 0$, $S = \mathbf{R}$;
4. $a = 0$, $b > 0$, $S = \emptyset$.

Inecuațiile $ax + b < 0$ şi $ax + b \geq 0$ se reduc la cele douã cazuri (prin înmulțirea inecuației respective cu -1 şi schimbarea sensului inegalitãților).

Probleme propuse

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x-3$. Să se determine $f(-4)\cdot f(-3)\cdot\ldots\cdot f(3)\cdot f(4)$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x+1$. Să se calculeze $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)$.
3. Fie funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x+3$ şi $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=2x-1$. Să se determine soluția reală a ecuației $2f(x)+3g(x)=-5$.
4. Fie funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=3-4x$. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $f(x)-1\geq 4x$.
5. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x+1$. Să se determine punctul care aparține graficului funcției f şi are abscisa egală cu ordonata.
6. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x+1$. Să se determine punctul care aparține graficului funcției f şi are abscisa egală cu ordonata.
7. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x-1$. Să se se determine soluțiile reale ale ecuației $f^2(x)+2f(x)-3=0$.
8. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=ax+b$. Să se determine numerele reale a şi b ştiind că $3f(x)+2=3x+5$, pentru $\forall x\in\mathbf{R}$.
9. Fie funcția $f:[0,2]\to\mathbf{R}$, $f(x)=-4x+3$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f .
10. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x+3$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+\ldots+f(5)$.
11. Să se determine mulțimea valorilor reale ale x pentru care $-4\leq 3x+2\leq 4$.
12. Să se determine numărul întreg x care verifică inegalitățile $3\leq\dfrac{2x-1}{2}\leq 4$.
13. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2+x$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+\ldots+f(20)$.
14. Să se determine elementele mulțimii $A=\{x\in\mathbf{N} \mid |2x-1|\leq 1\}$.
15. Să se determine cea mai mică valoare a funcției $f:[-2,1]\to\mathbf{R}$, $f(x)=-3x+1$.
16. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x-1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(6)$.
17. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x-3$. Să se calculeze $f(-6)+f(0)+f(6)+f(12)$.
18. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x+3$. Să se calculeze $f(2)+f(2^2)+...+f(2^7)$.
19. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x+1$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(10)$.
20. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2x+1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(6)$.
21. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=5-x$. Să se calculeze $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot...\cdot f(5)$.
22. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(10)$.
23. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=3-2x$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(6)$.
24. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=2008x-2007$. Să se verifice dacă punctul $A\left(\dfrac{2009}{2008},2\right)$ aparține graficului funcției f .
25. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x+5$. Să se calculeze $f(2)+f(2^2)+...+f(2^5)$.
26. Să se determine soluțiile reale ale sistemului $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$.
27. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x+2$. Să se calculeze suma $f(3)+f(3^2)+\ldots+f(3^5)$.
28. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=3x-4$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+...+f(10)$.
29. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=7-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(7)$.
30. Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=3x+1$ şi $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=5-x$. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f şi g .

31. Să se determine valorile reale ale numărului m pentru care $x = 5$ este soluție a ecuației $m^2(x-1)=x-3m+2$.
32. Să se determine valoarea maximă a funcției $f:[-1,1]\to\mathbf{R}$, $f(x)=-2x+3$.
33. Să se determine funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$ al cărei grafic trece prin punctele $A(2;7)$ şi $B(-1;-2)$.
34. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x-4$. Să se determine valorile lui x pentru care $f(x)+f(1)\leq 1$.
35. Să se calculeze aria triunghiului determinat de graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x-5$ şi axele de coordonate.
36. Să se determine mulțimea valorilor lui x pentru care $-4<3x+2<4$.
37. Să se determine valoarea maximă a funcției $f:\{-1,0,1,2\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=-2x+1$.
38. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(6)$.
39. Se consideră funcțiile $f,g,h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ definite prin $f(x)=x+1$, $g(x)=2x+2$, $h(x)=3x+3$. Să se verifice relația $f\cdot(g+h)=f\cdot g+f\cdot h$.
40. Să se determine funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, cu a şi b numere reale pentru care $f(1)+f(2)+f(3)=6a+2b$ şi $f(4)=8$.
41. Să se determine punctul de intersecție dintre graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-6$ şi axa Oy .
42. Se consideră funcțiile $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, $g(x)=bx+a$, unde a şi b sunt numere reale. Să se arate că dacă $f(-1)=g(-1)$, atunci $f=g$.
43. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3,0)$ şi intersectează axa Oy în punctul de ordonată 4.
44. Să se determine mulțimea $A=\{x\in\mathbf{N} \mid 2x+1\geq 3x-1\}$.