

1. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $AC = \sqrt{7}$ și $BC = \sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului B .

R. Din teorema cosinusului: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos B$ se obține:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} \Rightarrow \cos B = \frac{16 + 3 - 7}{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}} = \frac{12}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow m(\sphericalangle B) = 30^\circ.$$

2. Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AC = 2$, $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$ și $AB = 4$.

R. $A_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot AB \cdot \sin A}{2}$ și obținem $A_{\Delta ABC} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ}{2} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$.

3. Să se calculeze aria triunghiului ABC , știind că $AB = AC = 2$, $m(\sphericalangle A) = 30^\circ$.

R. $S = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} \Rightarrow S = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

4. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AB = 3$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$.

R. Teorema sinusurilor $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC . Obținem: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{3}{\sin 30^\circ} = 2R \Rightarrow 2R \cdot \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow R = 3$.

5. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 1$, $AC = 2$ și $BC = \sqrt{5}$. Să se calculeze $\cos B$.

R. Din teorema cosinusului se obține

$$\cos B = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AB \cdot AC} \Rightarrow \cos B = \frac{1 + 4 - 5}{1 \cdot 4} = 0 \Rightarrow m(\sphericalangle B) = 90^\circ.$$

6. Să se calculeze $\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ$.

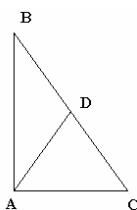
R. $\sin^2 130^\circ = \sin^2(180^\circ - 50^\circ) = \sin^2 50^\circ$ și $\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$.

7. Se consideră triunghiul ABC , având aria egală cu 15. Să se calculeze $\sin A$, știind că $AB = 6$ și $AC = 10$.

R. Din $S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} \Rightarrow \frac{6 \cdot 10 \cdot \sin A}{2} = 15 \Rightarrow 60 \cdot \sin A = 30 \Rightarrow \sin A = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

8. Fie triunghiul dreptunghic ABC și D mijlocul ipotenuzei BC . Să se calculeze lungimea laturii AB , știind că $AC = 6$ și $AD = 5$.

R. AD este mediană într-un triunghi dreptunghic și este jumătate



din ipotenuză $\Rightarrow BC = 2AD \Rightarrow BC = 10$.

Teorema lui Pitagora: $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 \Rightarrow AB = 8$

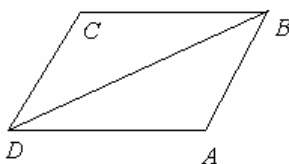
9. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $AC = 6$ și $BC = 7$. Să se calculeze $\cos A$.

R. Din teorema cosinusului: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 AB \cdot AC \cdot \cos A$ obținem

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} \Rightarrow \cos A = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{25 + 36 - 49}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{12}{12 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

10. Să se calculeze aria unui paralelogram $ABCD$, știind că $AB = 3$, $AD = 3$ și $m(\sphericalangle BAD) = 120^\circ$.

R. Aria paralelogramului este $2 \cdot S_{\triangle ABD}$.



$$S_{\triangle ABD} = \frac{AB \cdot AD \cdot \sin A}{2} \Rightarrow S_{\triangle ABD} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \sin 120^\circ}{2} = \frac{9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{și } S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

11. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC știind că $BC = 8$ și $m(\sphericalangle A) = 45^\circ$.

R. Din teorema sinusurilor:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{8}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{8}{\cancel{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

12. Se consideră triunghiul ABC de arie egală cu 6, cu $AB = 3$ și $BC = 8$. Să se calculeze $\sin B$.

R. Din $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2} \Rightarrow 6 = \frac{3 \cdot 8 \cdot \sin B}{2} \Rightarrow \sin B = \frac{12}{24} \Rightarrow \sin B = \frac{1}{2}$.

13. Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{4}{5}$ și x este măsura unui unghi ascuțit.

R. Din formula fundamentală a trigonometriei avem:

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos x = \frac{3}{5}$$

14. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC știind că $AB = 2$, $BC = 4$ și $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$.

R. Din teorema cosinusului avem:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B \Rightarrow AC^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow$$

$$AC^2 = 4 + 16 - 16 \cdot \frac{1}{2} = 20 - 8 = 12 \Rightarrow AC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ și perimetrul este}$$

$$P = AB + BC + AC \Rightarrow P = 2 + 4 + 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}.$$

🧐 **15.** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC , știind că $AB = 5$, $AC = 4$ și $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$.

😊 **R.** Din teorema cosinusului în $\triangle ABC \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos B$

$$\Rightarrow BC^2 = 25 + 16 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 41 - 40 \cdot \frac{1}{2} = 21 \Rightarrow BC = \sqrt{21} \text{ și}$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC \Rightarrow P_{\triangle ABC} = 5 + 4 + \sqrt{21} = 9 + \sqrt{21}.$$

🧐 **16.** Triunghiul ABC are $AB = 3$, $AC = 4$ și $BC = 5$. Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful A .

😊 **R.** Din $AB = 3$, $AC = 4$ și $BC = 5 \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ și triunghiul este dreptunghic.

Notăm AD înălțimea dusă din vârful A . Atunci:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{BC \cdot AD}{2} \Rightarrow AB \cdot AC = BC \cdot AD \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} \Rightarrow AD = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

🧐 **17.** Să se calculeze $\sin 135^\circ$.

😊 **R.** $\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

🧐 **18.** Raza cercului circumscris triunghiului ABC este $\frac{3}{2}$, iar $BC = 3$. Să se calculeze $\sin A$.

😊 **R.** Din teorema sinusurilor avem: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{3}{\sin A} = 2 \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \sin A = 1.$

🧐 **19.** Să se calculeze $\cos^2 45^\circ + \sin^2 135^\circ$.

😊 **R.** $\sin^2 135^\circ = \sin^2(180^\circ - 45^\circ) = \sin^2 45^\circ$ și

$\cos^2 45^\circ + \sin^2 135^\circ = \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$ după formula trigonometrică fundamentală.

🧐 **20.** Să se determine numărul real x pentru care x , $x+7$ și $x+8$ sunt lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

😊 **R.** Triunghiul dreptunghic verifică teorema lui Pitagora: $(x+8)^2 = x^2 + (x+7)^2 \Rightarrow x^2 + 16x + 64 = x^2 + x^2 + 14x + 49 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ cu soluțiile $x_1 = 5$ și $x_2 = -3$. Fiind lungimea unei laturi $x = 5$.

🧐 **21.** Să se calculeze aria triunghiului ABC , știind că $AB = 6$, $AC = 8$ și $BC = 10$.

😊 **R.** Din $10^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ dreptunghic \Rightarrow

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24.$$

🧐 22. În triunghiul ABC măsura unghiului C este egală cu 60° , $AB = 4$ și $BC = 2$. Să se calculeze $\sin A$.

😊 R. Din teorema sinusurilor avem: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \frac{2}{\sin A} = \frac{4}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin A = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

🧐 23. Să se calculeze $\sin 120^\circ$.

😊 R. $\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

🧐 24. Să se calculeze aria triunghiului ABC , știind că $AB = \sqrt{3}$, $AC = 3$ și măsura unghiului A este egală cu 120° .

😊 R. $S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{9}{4}$.

🧐 25. Să se calculeze $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ$.

😊 R. $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ = \sin(180^\circ - 10^\circ) - \sin 10^\circ = \sin 10^\circ - \sin 10^\circ = 0$.

🧐 26. Să se calculeze $\cos 30^\circ + \cos 60^\circ + \cos 120^\circ + \cos 150^\circ$.

😊 R. $\cos 30^\circ + \cos 60^\circ + \cos 120^\circ + \cos 150^\circ = \cos 30^\circ + \cos 60^\circ + \cos(180^\circ - 120^\circ) + \cos(180^\circ - 150^\circ) = \cos 30^\circ + \cos 60^\circ - \cos 60^\circ - \cos 30^\circ = 0$.

🧐 27. Să se calculeze aria triunghiului MNP dacă $MN=6$, $NP=4$ și $m(\sphericalangle MNP)=30^\circ$.

😊 R. $S_{\Delta MNP} = \frac{MN \cdot NP \cdot \sin N}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 6$.

🧐 28. Se calculeze $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ$.

😊 R. $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ = \sin 60^\circ - \sin(90^\circ - 30^\circ) = \sin 60^\circ - \sin 60^\circ = 0$.

🧐 29. Să se calculeze $(\cos 150^\circ + \cos 30^\circ)(\sin 120^\circ - \sin 60^\circ)$.

😊 R. Din $\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 150^\circ) = -\cos 30^\circ$ și $\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 120^\circ) = \sin 60^\circ \Rightarrow (\cos 150^\circ + \cos 30^\circ)(\sin 120^\circ - \sin 60^\circ) = (-\cos 30^\circ + \cos 30^\circ)(\sin 60^\circ - \sin 60^\circ) = 0$.

🧐 30. Să se calculeze $\sin 30^\circ - \cos 45^\circ + \sin 60^\circ$.

😊 R. $\sin 30^\circ - \cos 45^\circ + \sin 60^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$.