Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Barem de evaluare şi de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1+i}{1-i}=i \Rightarrow a+ib=i$	**3p**
	$a=0,\ b=1$	**2p**
2.	$f(x)=0 \Rightarrow x^2-6x+8=0 \Rightarrow x_1=2,\ x_2=4 \Rightarrow G_f \cap Ox=\{(2,0),(4,0)\}$	**3p**
	$f(0)=8 \Rightarrow G_f \cap Oy=\{(0,8)\}$	**2p**
3.	$3^{x+2}+3^{x+1}=36 \Leftrightarrow 3^{x+1}=9$	**2p**
	$x+1=2 \Leftrightarrow x=1$	**3p**
4.	Sunt 72 de numere naturale de două cifre care nu conțin cifra 6, deci sunt 72 de cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{72}{90}=\frac{4}{5}$	**2p**
5.	$m_{AB}=\frac{1}{3},\ d \parallel AB \Rightarrow m_d=\frac{1}{3}$, unde d este paralela prin C la AB	**3p**
	$d: y=\frac{1}{3}x-2$	**2p**
6.	$\cos x+\sin x\cos x=\sin x+\sin x\cos x \Leftrightarrow \cos x=\sin x$	**2p**
	$x=\frac{\pi}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a+2 & 1 & 1 \\ a+2 & a & 1 \\ a+2 & 1 & a \end{vmatrix}=(a+2)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a-1 & 0 \\ 1 & 0 & a-1 \end{vmatrix}=$	**3p**
	$=(a+2)\begin{vmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{vmatrix}=(a+2)(a-1)^2$	**2p**
b)	$\det(A(-1))=4$	**2p**
	Inversa matricei $A(-1)$ este $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$	**3p**

c)	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix} ab+2 & a+b+1 & a+b+1 \\ a+b+1 & ab+2 & a+b+1 \\ a+b+1 & a+b+1 & ab+2 \end{pmatrix}$	**2p**
	$3ab+6a+6b+12=24 \Rightarrow (a+2)(b+2)=8$	**1p**
	Perechile de numere naturale care verifică cerința sunt $(0,2)$ și $(2,0)$	**2p**
2.a)	$3xy-3x-3y+4=3(xy-x-y+1)+1=$	**3p**
	$=3(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
b)	$x*1=1*x=1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{1}{1007}*\frac{2}{1007}*\frac{3}{1007}*\ldots*\frac{2014}{1007}=\left(\frac{1}{1007}*\ldots*\frac{1006}{1007}\right)*\frac{1007}{1007}*\left(\frac{1008}{1007}*\ldots*\frac{2014}{1007}\right)=1$	**3p**
c)	Elementul neutru este $\frac{4}{3}$	**1p**
	$x*x=\frac{4}{3} \Leftrightarrow 3(x-1)^2+1=\frac{4}{3} \Leftrightarrow (x-1)^2=\frac{1}{9}$	**2p**
	$x_1=\frac{2}{3}$, $x_2=\frac{4}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=1 \Rightarrow$ dreapta $y=x+1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f	**3p**
b)	$f(2)=6$, $f'(2)=-2$	**3p**
	Ecuația tangentei este $y-f(2)=f'(2)(x-2) \Rightarrow y=-2x+10$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)^{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+2}{x^2-x}\right)^{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(1+\frac{x+2}{x^2-x}\right)^{\frac{x^2-x}{x+2}}\right]^{\frac{x+2}{x^2-x}\cdot(x+3)}=$	**3p**
	$=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+5x+6}{x^2-x}}=e$	**2p**
2.a)	$I_1=\int_0^1\frac{x}{x+1}dx=\int_0^1\left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx=$	**2p**
	$=1-\ln 2$	**3p**
b)	$I_{n+1}+I_n=\int_0^1\frac{x^{n+1}}{x+1}dx+\int_0^1\frac{x^n}{x+1}dx=\int_0^1\frac{x^n(x+1)}{x+1}dx=$	**3p**
	$=\left.\frac{x^{n+1}}{n+1}\right\|_0^1=\frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
c)	$I_{n+1}-I_n=\int_0^1\frac{x^n(x-1)}{x+1}dx\le 0$, pentru orice număr natural nenul n	**1p**
	$2I_{n+1}\le\frac{1}{n+1}\le 2I_n$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	$\frac{1}{2}\le(n+1)I_n\le\frac{n+1}{2n}$, pentru orice număr natural n, $n\ge 2$	**1p**
	$\lim\limits_{n\to+\infty}(n+1)I_n=\frac{1}{2}$	**1p**