

## Varianta 1

Profil pedagogic

### SUBIECTUL I

1. Să se determine cel mai mare număr natural de trei cifre care împărțit la 5, 7, 9 să dea de fiecare dată restul 3.
2. a) Suma a cinci numere naturale consecutive este 145. Să se determine numerele.  
b) Suma a  $x$  numere naturale consecutive este  $7x + 14$ ,  $x \geq 2$ . Să se determine numerele.

### SUBIECTUL II

1. Se consideră polinomul  $f = X^3 + aX^2 + bX - 5$ , cu  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
a) Să se determine  $a$  și  $b$  astfel încât  $X - 5$  divide  $f$  și  $f(1) + 8 = 0$ .  
b) Pentru  $a = -5$  și  $b = 1$  să se rezolve ecuația  $f(x) = 0$ .
2. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .  
a) Să se arate că  $AB = BA$ .  
b) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că  $(A + B)^n = A^n + B^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

### SUBIECTUL III

Pe mulțimea numerelor reale definim legea  $x \star y = -xy + 5x + 5y - 20$ .

- a) Să se arate că legea este asociativă.
- b) Să se arate că  $x \star 4 = x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- c) Să se demonstreze că mulțimea  $(-\infty, 5)$  este parte stabilă în raport cu legea " $\star$ ".
- d) Să se rezolve ecuația  $\underbrace{x \star x \star \dots \star x}_{\text{de } 10 \text{ ori } x} = 5$ .

### SUBIECTUL IV

Se consideră un tetraedru regulat de muchie  $a$ .

- a) Să se calculeze aria totală a tetraedrului.
- b) Să se calculeze cosinusul unghiului format de două fețe ale tetraedrului.
- c) Să se demonstreze că suma distanțelor de la un punct interior tetraedrului la cele patru fețe ale lui este constantă.