

Varianta 2

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Suma a două numere naturale a și b este 40, iar cel mai mare divizor comun al lor este 5. Să se determine cele două numere, știind că $a \leq b \leq 2a$.
2. Numărul 1000 se micșorează cu 20%. Cu ce procent trebuie mărit numărul rezultat pentru a se obține din nou 1000?
3. Scrierea zecimală a numărului $\frac{1}{13}$ este $0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$. Să se determine a_{2000} .

SUBIECTUL II

1. Să se rezolve ecuația $\log_2 x + \log_3 x + \log_5 x = 0$, $x > 0$.
2. Se consideră polinoamele $f = (X + 1)^6 + (X - 1)^6$ și $g = 2(X^3 + 15X^2 + 15X + 1)$.
 - a) Să se arate că $f(X) = g(X^2)$.
 - b) Să se calculeze $g(-1)$.
 - c) Să se rezolve ecuația $g(x) = 0$.
 - d) Să se determine rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL III

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 2b^2 = 1 \right\}$.

- a) Să se arate că $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$.
- b) Să se demonstreze că G este parte stabilă în raport cu înmulțirea matricelor.
- c) Să se găsească o matrice $A = \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \in G$ cu $b \neq 0$.
- d) Să se arate că mulțimea G conține o infinitate de elemente.

SUBIECTUL IV

Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi isoscel VAB cu $m(\sphericalangle AVB) = 120^\circ$ și $VA = VB = 6$ cm.

- a) Să se calculeze raza conului.
- b) Să se calculeze volumul conului.
- c) Fie M și N două puncte situate pe $[AV]$ astfel încât $VM = MN = NA = 2$ cm și două plane paralele cu baza conului duse prin M și N . Calculați raportul volumelor trunchiurilor de con care au generatoarele egale cu MN , respectiv NA .