

### Varianta 3

Profil pedagogic

#### SUBIECTUL I

1. Numerele naturale  $a$ ,  $b$  și  $c$  sunt direct proporționale cu 2, 3 și respectiv 6, iar produsul lor este egal cu 4500. Să se afle numerele.
2. Cinci cărți și trei caiete costă 245000 lei, iar trei cărți și cinci caiete costă 195000 lei.
  - a) Cât costă un caiet și cât costă o carte?
  - b) Câte cărți și câte caiete se pot cumpăra cu 250000 lei, dacă se cumpără în total 10 bucăți?

#### SUBIECTUL II

1. Se consideră polinomul  $g = X^6 + X^2 + 1$ .
  - a) Să se calculeze  $(g(i))^n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
  - b) Să se afle câtul și restul împărțirii lui  $g$  la  $X^2 - 2$ .
2. În  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  și  $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ .
  - a) Să se determine  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât determinantul matricei  $A + X$  să fie egal cu 15.
  - b) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că  $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
  - c) Să se calculeze  $A + A^2 + \dots + A^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

#### SUBIECTUL III

Pe mulțimea numerelor reale definim legea  $x \star y = x + y - 3$ .

- a) Să se arate că legea " $\star$ " este comutativă.
- b) Să se arate că legea " $\star$ " este asociativă.
- c) Să se arate că  $x \star (6 - x) = 3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- d) Să se rezolve ecuația  $\underbrace{x \star x \star \dots \star x}_{\text{de 40 ori } x} = 3$ .

#### SUBIECTUL IV

Un trunchi de piramidă patrulateră are laturile bazelor de lungimi egale cu 6 cm, respectiv 10 cm și volumul egal cu  $196 \text{ cm}^3$ . Să se calculeze:

- a) înălțimea trunchiului de piramidă;
- b) aria laterală a trunchiului de piramidă;
- c) sinusul unghiului format de planele a două fețe laterale opuse.