

Varianta 1

Profil uman

SUBIECTUL I

- Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + bX - 5$, cu $a, b \in \mathbb{R}$.
 - Să se determine a și b astfel încât $X - 5$ divide f și $f(1) + 8 = 0$.
 - Pentru $a = -5$ și $b = 1$ să se afle câtul și restul împărțirii lui f la $X^2 + 2$.
 - Pentru $a = -5$ și $b = 1$ să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$. Să se calculeze:
 - $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
 - $f(0) + f'(0) + f''(0)$.
- În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuații $d_1 : 5x - y - 8 = 0$, $d_2 : 3x + 2y - 10 = 0$ și $d_3 : x - 5y + 8 = 0$.
 - Să se determine punctul de intersecție al dreptelor d_1 și d_2 .
 - Să se arate că dreapta d_3 trece prin punctul de intersecție al dreptelor d_1 și d_2 .

SUBIECTUL II

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- Să se arate că $AB = BA$.
- Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că $(A + B)^n = A^n + B^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL III

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x + 4}{x^2 + x - 6}$.

- Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x) = \frac{a}{x + 3} + \frac{b}{x - 2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$.
- Să se calculeze $\int f(x) dx$, $x \in (2, \infty)$.
- Să se determine asimptota spre $+\infty$ la graficul funcției f .

SUBIECTUL IV

Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție $x \star y = -xy + 5x + 5y - 20$.

- Să se arate că legea " \star " este asociativă.
- Să se arate că $x \star 4 = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- Să se rezolve ecuația $x \star x \star x \star x = 5$.