Varianta 2

Profil uman

SUBIECTUL I

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu a, b, $c \in \mathbb{R}$. Să se determine a, b, c astfel încât $f(0) = 1$, $f'(1) = 2$ și $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = 0$.

2. Să se rezolve ecuația $\log_2 x + \log_3 x + \log_5 x = 0$, $x > 0$.

3. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuaţii $d_1 : 5x-3y-2 = 0$, $d_2 : -3x+4y-1 = 0$.

- **a)** Să se determine punctul de intersecţie al dreptelor d_1 şi d_2.
- **b)** Să se scrie ecuația dreptei de pantă 2, care trece prin punctul de intersecţie al dreptelor d_1 şi d_2.

SUBIECTUL II

Se consideră polinoamele $f = (X+1)^6 + (X-1)^6$ și $g = X^4 + 14X^2 + 1)$.

a) Să se arate că polinomul f se divide prin polinomul g.

b) Să se rezolve ecuația $g(x) = 0$.

c) Să se determine rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL III

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$.

a) Să se arate că $f'(x) + f''(x) = 0$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

b) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} [f(1) + f(2) + \cdots + f(n)]$.

c) Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 x f(x)\,dx$.

SUBIECTUL IV

În $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \,\middle|\, a, b \in \mathbb{Z},\ a^2 - 2b^2 = 1 \right\}$.

a) Să se arate că $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$.

b) Să se arate că dacă A, $B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

c) Să se găsească o matrice $A = \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \in G$ cu $b \neq 0$.

d) Să se arate că mulțimea G conține o infinitate de elemente.