

## SESIUNEA IUNIE

### Varianta 1

Profilurile industrial, agricol, silvic și sportiv - real

#### SUBIECTUL I

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^5 + bx^2 + c$ , unde  $a, b, c$  sunt parametri reali. Să se determine  $a, b$  și  $c$  astfel încât să fie îndeplinite simultan următoarele condiții:  $f(0) = 1$ ,  $f'(1) = 36$ ,  $\int_0^1 f(x) dx = 3$ .
2. Se consideră mulțimea numerelor reale  $\mathbb{R}$  pe care se definește legea de compoziție  $x \star y = x + y + 5$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
  - a) Să se arate că legea " $\star$ " este comutativă.
  - b) Să se arate că legea " $\star$ " este asociativă.
  - c) Să se arate că  $e = -5$  este elementul neutru al legii " $\star$ ".
3. Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  inecuația  $x^2 - x - 2 > -x^2 + 2x + 3$ .
4. În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(4, 5)$ ,  $B(-2, -3)$  și  $C(5, 4)$ .
  - a) Să se calculeze lungimile segmentelor  $[AB]$ ,  $[BC]$  și  $[AC]$ .
  - b) Să se arate că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
  - c) Să se determine coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .

#### SUBIECTUL II

1. Să se rezolve ecuația  $\log_2(9^x + 7) = 2 + \log_2(3^x + 1)$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .
  - a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
  - b) Să se determine  $f'(x)$  pentru orice  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
  - c) Să se rezolve ecuația  $f'(x) = 0$ .
  - d) Să se stabilească intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .

#### SUBIECTUL III

În  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ .

- a) Să se calculeze  $A^2$ .
- b) Să se determine matricele  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ , astfel încât determinantul matricei  $X + A$  să fie egal cu 2.
- c) Să se demonstreze că pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $A^n = A$ .
- d) Să se demonstreze că pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $A + 2A^2 + \dots + nA^n = \frac{n(n+1)}{2}A$ .

#### SUBIECTUL IV

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - e^{-x}$ .

- a) Să se rezolve ecuația  $f(x) = 0$ .
- b) Să se stabilească semnul funcției  $f$ .
- c) Să se calculeze aria suprafeței limitate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = -1$ ,  $x = 2$ .
- d) Să se determine  $f'(x)$  și  $f''(x)$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
- e) Să se calculeze suma  $S = f'(0) + f''(0) + \dots + f^{(100)}(0)$ .