Varianta 2

Profilurile industrial, agricol, silvic și sportiv - real

SUBIECTUL I

1. Se consideră polinomul cu coeficienți reali $f = X^3 + 6X^2 + 11X + 6$.

a) Să se calculeze $f(-1)$.

b) Să se determine câtul și restul împărțirii lui f la $X + 1$.

c) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.

2. Să se rezolve $C_n^2 = 6$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

3. Se consideră funcția $g : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{6x^5 + 3x^2 + 1}{x^4}$. Să se stabilească asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției g.

4. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-3, -4)$ și $C(3, -4)$.

a) Să se calculeze lungimile segmentelor $[AB]$, $[BC]$ şi $[AC]$.

b) Să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.

c) Să se determine coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x - 2y + 3z = -3 \\ 2x + y + z = 4 \\ mx - y + 4z = 1 \end{cases}$, unde m este un parametru real și A matricea sistemului.

a) Să se calculeze determinantul matricei A.

b) Să se determine valorile lui m pentru care sistemul este compatibil determinat.

c) Pentru $m = 3$ să se rezolve sistemul.

2. Se consideră funcția $g : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 4x - 1 + \dfrac{1}{1-x}$.

a) Să se determine g'.

b) Să se stabilească intervalele de monotonie ale funcției g.

c) Să se demonstreze că $g^{(n)}(x) = \dfrac{n!}{(1-x)^{n+1}}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

SUBIECTUL III

Se consideră mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ pe care se definește legea de compoziție $x \star y = 2xy - 6x - 6y + 21$, pentru orice x, $y \in \mathbb{R}$.

a) Să se arate că $x \star y = 2(x - 3)(y - 3) + 21$, pentru orice x, $y \in \mathbb{R}$.

b) Să se arate că legea "$\star$" este asociativă şi comutativă.

c) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\underbrace{x \star x \star \ldots \star x}_{\text{de 10 ori } x} = 3$.

SUBIECTUL IV

Se definește șirul (I_n) astfel: $I_0 = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x+5}\,dx$ și $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{x^n}{x+5}\,dx$, $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Să se calculeze I_0 și I_1.

b) Să demonstreze că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $I_{n+1} + 5I_n = \dfrac{1}{n+1}$.

c) Să se demonstreze că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $I_{n+1} \leq I_n$.