

Varianta 8

Profilurile industrial, agricol, silvic și sportiv - real

SUBIECTUL I

- Se consideră polinomul cu coeficienți reali $f = 2X^3 - X^2 - 5X - 2$.
 - Să se calculeze $f(-1)$.
 - Să se determine câtul și restul împărțirii lui f la $X + 1$.
 - Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- Să se rezolve ecuația $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 5 \ln x - 2 = 0$, $x > 0$.
- În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-3, 4)$, $B(5, -4)$ și C mijlocul segmentului $[AB]$.
 - Să se determine coordonatele punctului C și lungimea segmentului $[AB]$.
 - Să se scrie ecuația cercului de diametru $[AB]$.
 - Să se verifice dacă punctul $D(6, \sqrt{7})$ este situat pe cercul de diametru $[AB]$.

SUBIECTUL II

- Se consideră sistemul
$$\begin{cases} -x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - y - z = 2 \\ mx - 3y + 2z = 3 \end{cases}$$
, unde m este un parametru real, și A matricea sistemului.
 - Să se calculeze determinantul matricei A .
 - Să se determine valorile lui m pentru care sistemul este compatibil determinat.
 - Pentru $m = 1$ să se rezolve sistemul.
- Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 + x)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
 - Să se arate că pentru orice $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
 - Derivând cele două expresii ale lui f să se demonstreze că pentru orice $x \in \mathbb{R}$ are loc identitatea
$$n(1 + x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + 3C_n^3 x^2 + \dots + nC_n^n x^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

SUBIECTUL III

Se consideră mulțimea numerelor reale \mathbb{R} pe care se definește legea de compoziție $x \star y = xy + x + y$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

- Să se calculeze $7 \star 5$.
- Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $x \star x = 0$.
- Să se arate că $x \star y = y \star x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- Să se determine $e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x \star e = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- Să se demonstreze că mulțimea $G = (-1, \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " \star ".

SUBIECTUL IV

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$.

- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- Să se determine $f'(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$.
- Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x + 1} + x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Să se calculeze $\int_0^3 f(x) dx$.