

Varianta 9

Profilurile industrial, agricol, silvic și sportiv - real

SUBIECTUL I

- Se consideră polinomul cu coeficienți reali $f = X^3 - 2X^2 - 5X + 6$.
 - Să se calculeze $f(1)$.
 - Să se determine câtul și restul împărțirii lui f la $X - 1$.
 - Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- Să se rezolve ecuația $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$, $x > 0$.
- În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuații $d_1 : x + 2y - 6 = 0$, $d_2 : 2x + y - 6 = 0$ și $d_3 : 3x + 2y - 10 = 0$.
 - Să se determine punctul de intersecție al dreptelor d_1 și d_2 .
 - Să se arate că dreptele d_1 , d_2 și d_3 sunt concurente.
 - Să se scrie ecuația cercului de centru $O(0, 0)$ care trece prin punctul de concurență al celor trei drepte.

SUBIECTUL II

- Se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + aX - 1$, $a \in \mathbb{R}$ care are rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, definim $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$.
 - Să se arate că $S_3 - S_2 + aS_1 - 3 = 0$.
 - Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $S_3 = 1$.
- Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x(1 + \ln x)$.
 - Să se determine $f'(x)$ pentru orice $x \in (0, \infty)$.
 - Să se calculeze $\int_1^4 f(x) dx$.

SUBIECTUL III

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbb{R} , se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 5a & 10a \\ -2a & 1 - 4a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- Să se calculeze determinantul matricei $X(a)$.
- Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(ab + a + b)$.
- Să se determine $(X(1))^2$.
- Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$(X(1))^n = X(2^n - 1).$$

SUBIECTUL IV

Se consideră funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1)e^x$ și $F(x) = (x - 2)e^x + e$.

- Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{(x - 1)^2}$.
- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{xe^x}$.