

## Varianta 10

Profil pedagogic

### SUBIECTUL I

1. Să se determine cel mai mic număr natural divizibil cu 9, format din cinci cifre distincte.
2. O echipă formată din 6 lucrători are de efectuat o lucrare. Lucrând individual oricare dintre doi angajați ar putea efectua lucrarea în 36 ore, și oricare dintre următorii 4 ar putea efectua lucrarea în 72 ore.
  - a) În cât timp ar efectua lucrarea primii doi angajați, dacă ar lucra împreună?
  - b) În cât timp ar efectua lucrarea ultimii patru angajați, dacă ar lucra împreună?
  - c) În cât timp execută lucrarea întreaga echipă?

### SUBIECTUL II

1. Se consideră fracția  $\frac{x^2 + (m+3)x + m + 11}{x^2 + 2x + m + 5}$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .
  - a) Să se determine  $m$  astfel încât fracția să aibă sens pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
  - b) Să se determine  $m$  astfel încât fracția să fie strict pozitivă pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 2 \\ 3x - 2y + z = -1 \\ mx - y - 2z = 1 \end{cases}$$
, unde  $m$  este un parametru real, și  $A$  matricea sistemului.
  - a) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .
  - b) Să se determine valorile lui  $m$  pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.

### SUBIECTUL III

Se consideră mulțimea numerelor reale  $\mathbb{R}$  pe care se definește legea de compoziție  $x \star y = xy - 4x - 4y + 20$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .

- a) Să se calculeze  $7 \star 5$ .
- b) Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația  $x \star x = 20$ .
- c) Să se arate că  $x \star y = y \star x$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- d) Să se determine  $e \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x \star e = x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- e) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  are loc identitatea

$$\underbrace{x \star x \star \dots \star x}_{\text{de } n \text{ ori } x} = (x - 4)^n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

### SUBIECTUL IV

Se consideră un trunchi de con circular drept în care secțiunea axială este trapezul  $ABCD$  în care  $AC \perp BD$ ,  $AB = 10$  cm și  $CD = 6$  cm.

- a) Să se calculeze aria trapezului  $ABCD$ .
- b) Să se calculeze volumul trunchiului de con.