

Varianta 2

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Numerele 294, 499 și 361 împărțite la același număr natural n dau resturile 14, 9, respectiv 11. Să se determine numărul natural n .
2. În două magazine se află depozitate porumb și orez.
 - a) Cantitățile de porumb din cele două magazine sunt direct proporționale cu numerele 7 și 11, iar în prima magazie sunt cu 840 t mai puțin decât în a doua. Care este cantitatea de porumb din a doua magazie?
 - b) 20% din cantitatea de orez depozitată în prima magazie este egală cu 60% din cantitatea de orez din a doua magazie. După ce se scot 400 t de orez din fiecare magazie, în prima magazie rămâne de 4 ori mai mult orez decât în a doua. Ce cantitate de orez a fost depozitată inițial în fiecare magazie?

SUBIECTUL II

1. Se consideră polinomul cu coeficienți reali $f = X^3 + 2X^2 - 5X - 6$.
 - a) Să se calculeze $f(-1)$.
 - b) Să se determine câtul și restul împărțirii lui f la $X + 1$.
 - c) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
2. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ mx + y - 2z = 3 \end{cases}$$
, unde m este un parametru real și A matricea sistemului.
 - a) Să se calculeze determinantul matricei A .
 - b) Să se determine valorile lui m pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.

SUBIECTUL III

Se consideră mulțimea numerelor reale \mathbb{R} și submulțimea sa

$$G = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 2b^2 = 1\}.$$

- a) Să se demonstreze că dacă $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ și $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$, atunci $a = c$ și $b = d$.
- b) Să se demonstreze că G este parte stabilă a lui \mathbb{R} față de operația de înmulțire a numerelor reale.
- c) Să se arate că dacă $x = a + b\sqrt{2}$ și $x \in G$, atunci $x \neq 0$ și $\frac{1}{x} \in G$.

SUBIECTUL IV

Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB = 3$ cm și dreapta AM perpendiculară pe planul (ABC) astfel încât $AM = \sqrt{6}$ cm. Pe laturile $[AB]$ și $[AC]$ se fixează punctele E și F astfel încât $AE = 2BE$, respectiv $CF = 2AF$.

- a) Să se calculeze perimetrul triunghiului AEF .
- b) Să se demonstreze că planele (EFM) și (AFM) sunt perpendiculare.