

Varianta 3

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Să se determine toate numerele naturale scrise în baza 10, de forma $\overline{27xy}$, divizibile cu 45.
2. Barbu are 57 de ani, vârsta lui Dan este media aritmetică a vârstelor lui Barbu și Ion, iar Ion are 13 ani.
 - a) Ce vârstă are Dan?
 - b) Cu câți ani în urmă vârsta lui Barbu a fost de 12 ori mai mare decât vârsta lui Dan?
 - c) Peste câți ani vârstele lui Barbu, Dan și Ion vor fi direct proporționale cu numerele 7, 5 și respectiv 3?

SUBIECTUL II

1. Să se rezolve ecuațiile:
 - a) $C_n^3 = 10$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$;
 - b) $\log_2(x+2) + \log_2 x = 3$, $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 + aX + 1$, $a \in \mathbb{R}$.
Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, definim $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$, unde $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului f .
 - a) Să se arate că $S_3 + S_2 + aS_1 + 3 = 0$.
 - b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $S_3 = -1$.

SUBIECTUL III

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbb{R} , se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1-a & -2a \\ a & 1+2a \end{pmatrix}$,
 $a \in \mathbb{R}$.

- a) Să se calculeze determinantul matricei $X(a)$.
- b) Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(ab + a + b)$.
- c) Să se determine $(X(1))^2$.
- d) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$(X(1))^n = X(2^n - 1).$$

SUBIECTUL IV

Se consideră trapezul $ABCD$ cu proprietatea $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, $AB = 4$ cm, $AD = 8$ cm și $DC = 10$ cm. În punctul B se ridică perpendiculara BP pe planul (ABC) astfel încât $BP = 3$ cm.

- a) Să se calculeze perimetrul trapezului.
- b) Să se calculeze volumul piramidei $PABCD$.