

Varianta 4

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Să se demonstreze că numărul $10^{2000} + 9998$ este divizibil cu 18.
2. În prima lună prețul unui produs a crescut cu 12%. În a doua lună prețul produsului a scăzut cu 25%. S-a constatat că față de prețul inițial produsul costă cu 100000 lei mai puțin. Care a fost prețul inițial al produsului?

SUBIECTUL II

1. Se consideră polinomul cu coeficienți reali $f = 2X^3 - X^2 - 5X - 2$.
 - a) Să se arate calculeze $f(2)$.
 - b) Să se determine câtul și restul împărțirii lui f la $X - 2$.
 - c) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
2. Să se rezolve ecuațiile:
 - a) $C_n^2 = 6, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$;
 - b) $2e^{3x} + 5e^{2x} + e^x - 2 = 0, x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbb{R} , se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & a \\ -2a & 1-a \end{pmatrix}$,
 $a \in \mathbb{R}$.

- a) Să se calculeze determinantul matricei $X(a)$.
- b) Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(ab + a + b)$.
- c) Să se determine $(X(1))^2$.
- d) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$(X(1))^n = X(2^n - 1).$$

SUBIECTUL IV

Se consideră $VABCD$ o piramidă în care baza $ABCD$ este romb de latură a cm, $m(\sphericalangle BAD) = m(\sphericalangle BVD) = 60^\circ$, O punctul de intersecție al diagonalelor rombului, iar dreapta VO este perpendiculară pe planul (ABC) .

- a) Să se calculeze perimetrul triunghiului BCD .
- b) Să se calculeze volumul piramidei $VABCD$.