

Varianta 5

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Să se determine $x \in \mathbb{Z}$, $x \neq -2$, astfel încât fracția $\frac{3x-4}{x+2}$ să reprezinte un număr natural.
2. Într-o curte sunt găini și iepuri, în total 35 capete.
 - a) Numărul total de picioare poate fi 68?
 - b) Dacă numărul total de picioare este 90, să se determine numărul de iepuri.
 - c) Dacă numărul de găini este cuprins între 18 și 26, să se determine între ce valori este cuprins numărul total de picioare.

SUBIECTUL II

Se consideră polinomul $f = (X + 3)^4 + (X - 3)^4$, cu rădăcinile $x_1, x_2, \dots, x_4 \in \mathbb{C}$.

- a) Să se calculeze $f(0)$.
- b) Considerând forma algebrică a polinomului $f = a_4X^4 + a_3X^3 + \dots + a_1X + a_0$, determinați coeficienții a_4, a_3 și a_2 .
- c) Să se calculeze suma $S = x_1 + x_2 + \dots + x_4$.
- d) Să se calculeze suma $T = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_4^2$.

SUBIECTUL III

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbb{R} , se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1-a & a \\ -2a & 1+2a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- a) Să se calculeze determinantul matricei $X(a)$.
- b) Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(ab + a + b)$.
- c) Să se determine $(X(1))^2$.
- d) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$(X(1))^n = X(2^n - 1).$$

SUBIECTUL IV

Se consideră $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu baza $ABCD$, iar O este centrul bazei. Latura bazei este de lungime 6 cm, iar înălțimea piramidei VO este de lungime $6\sqrt{2}$ cm.

- a) Să se calculeze aria totală a piramidei.
- b) Se fixează punctul P pe VO astfel încât $[PV] \equiv [PA]$. Să se calculeze lungimea segmentului $[PO]$.