

Varianta 7

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Să se determine numerele naturale x și y a căror sumă este 88, iar cel mai mare divizor comun al lor este 11.
2. Într-o curte sunt găini și iepuri, în total 35 de capete.
 - a) Dacă numărul total de picioare este 90, să se determine numărul de iepuri.
 - b) După ce au fost aduși 6 iepuri numărul total de picioare este de 104. Să se determine numărul de găini din curte.
 - c) Dacă numărul de găini este cuprins între 18 și 26, să se determine între ce valori este cuprins numărul total de picioare.

SUBIECTUL II

Se consideră polinomul $f = (X + 1)^5 + (X - 1)^5$, cu rădăcinile $x_1, x_2, \dots, x_5 \in \mathbb{C}$.

- a) Să se calculeze $f(0)$.
- b) Considerând forma algebrică a polinomului $f = a_5X^5 + a_4X^4 + \dots + a_1X + a_0$, determinați coeficienții a_5, a_4 și a_3 .
- c) Să se calculeze suma $S = x_1 + x_2 + \dots + x_5$.
- d) Să se calculeze suma $T = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_5^2$.

SUBIECTUL III

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbb{R} , se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 3a & 6a \\ -a & 1 - 2a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- a) Să se calculeze determinantul matricei $X(a)$.
- b) Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(ab + a + b)$.
- c) Să se determine $(X(1))^2$.
- d) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$(X(1))^n = X(2^n - 1).$$

SUBIECTUL IV

Se consideră prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ în care $ABCD$ este pătrat de latură a , iar muchia laterală AA' este de lungime $2a$. Se notează cu E mijlocul muchiei CC' .

1. Să se calculeze aria totală a prisme.
2. Să se demonstreze că triunghiul $A'EB$ este dreptunghic.