

Varianta 8

Profil pedagogic

SUBIECTUL I

1. Să se determine $x \in \mathbb{Z}$, $x \neq -2$, astfel încât fracția $\frac{3x-4}{x+2}$ să reprezinte un număr natural.
2. Un cub omogen are muchia de 2 dm și cântărește 560 g. Din acest cub se tai un cub cu muchia de 1 dm. Cât cântărește acest cub?
3. Să se determine cel mai mic număr natural de trei cifre care împărțit la 3, 4 și 5 să dea de fiecare dată restul 1.

SUBIECTUL II

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 1 \\ 3x - y + z = 3 \\ mx + 2y - z = 4 \end{cases}$$
, unde m este un parametru real, și A matricea sistemului.
 - a) Să se calculeze determinantul matricei A .
 - b) Să se determine valorile lui m pentru care sistemul este compatibil determinat.
 - c) Pentru $m = 4$ să se rezolve sistemul.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + aX - 5$, $a \in \mathbb{R}$.
Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, definim $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$, unde $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului f .
 - a) Să se arate că $S_3 - 3S_2 + aS_1 - 15 = 0$.
 - b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $S_3 = -21$.

SUBIECTUL III

Se consideră mulțimea numerelor reale \mathbb{R} pe care se definește legea de compoziție $x \star y = 2xy - 6x - 6y + 21$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

- a) Să se arate că legea " \star " este asociativă și comutativă.
- b) Să se determine elementul neutru al legii " \star ".
- c) Să se demonstreze că mulțimea $G = (3, \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " \star ".
- d) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că pentru orice $x \in \mathbb{R}$ are loc identitatea:

$$\underbrace{x \star x \star x \star \dots \star x}_{\text{de } n \text{ ori } x} = 2^{n-1}(x-3)^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

SUBIECTUL IV

Se consideră $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu baza $ABCD$, iar O este centrul bazei. Latura bazei are lungimea egală cu 2 cm, iar muchia laterală are lungimea egală cu $\sqrt{6}$ cm.

- a) Să se calculeze volumul piramidei.
- b) Să se calculeze aria laterală a piramidei.