

SESIUNEA IUNIE
Varianta 1

Profil uman

SUBIECTUL I

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^5 + bx^2 + c$, a, b, c parametri reali. Să se determine a, b și c astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile

$$f(0) = 1, \quad f'(1) = 36, \quad \int_0^1 f(x) dx = 3.$$

2. Se consideră polinomul $g = X^3 + X - 2$.
- Să se afle câtul și restul împărțirii polinomului la $X - 1$.
 - Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $g(x) = 0$.
3. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuații $d_1 : 3x - y - 2 = 0$, $d_2 : x - y = 0$.
- Să se determine coordonatele punctului de intersecție al celor două drepte.
 - Să se scrie ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1, 1)$ și are panta 2.

SUBIECTUL II

În $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, mulțimea matricelor pătratice de ordin doi peste \mathbb{R} , se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

- Să se calculeze A^2 .
- Să se determine $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ x & 0 \end{pmatrix}$, astfel încât determinantul matricii $X + A$ să fie egal cu 2.
- Să se demonstreze că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $A^n = A$.

SUBIECTUL III

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{x - 3}$.

- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- Să se determine $f'(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- Să se arate că $f(x) = \frac{4}{x - 3} + x - 1$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

SUBIECTUL IV

Se consideră mulțimea numerelor reale \mathbb{R} pe care se definește legea de compoziție $x \star y = 4xy - 4x - 4y + 5$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

- Să se arate că legea " \star " este asociativă și comutativă.
- Să se determine elementul neutru al legii " \star ".
- Să se demonstreze că mulțimea $G = (1, +\infty)$ este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " \star ".