

Varianta 3

Profil uman

SUBIECTUL I

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^7 + bx^3 + c$, a, b, c parametri reali. Să se determine a, b și c astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile

$$f(0) = 1, \quad f'(1) = 38, \quad \int_0^1 f(x) dx = 3.$$

2. Să se rezolve ecuația $\lg(3x^2 + 12x + 19) - \lg(3x + 4) = 1$, $x \in (0, \infty)$.
3. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-3, 3)$, $B(5, -3)$ și C mijlocul segmentului $[AB]$.
- a) Să se determine coordonatele punctului C și lungimea segmentului $[AB]$.
- b) Să se scrie ecuația cercului de diametru $[AB]$.

SUBIECTUL II

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Să se determine $x, y, z, t \in \mathbb{R}$ astfel încât $A \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.
- b) Să se determine A^2 și A^3 .
- c) Să se demonstreze că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

SUBIECTUL III

1. Se consideră funcția $f : (-\infty, 5) - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 7x + 10}$.

- a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.
- b) Să se determine $f'(x)$, $x \in (-\infty, 5) - \{2\}$.
2. Să se calculeze $\int_1^e (x \ln x - x) dx$.

SUBIECTUL IV

Se consideră polinomul $f = (X + 1)^5 + (X - 1)^5$, cu rădăcinile $x_1, x_2, \dots, x_5 \in \mathbb{C}$.

- a) Să se calculeze $f(0)$.
- b) Considerând forma algebrică a polinomului $f = a_5X^5 + a_4X^4 + \dots + a_1X + a_0$, determinați coeficienții a_5, a_4 și a_3 .
- c) Să se calculeze suma $S = x_1 + x_2 + \dots + x_5$.
- d) Să se calculeze suma $T = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_5^2$.