

Varianta 9

Profil uman

SUBIECTUL I

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^5 + bx^4 + c$, a, b, c parametri reali. Să se determine a, b și c astfel încât să fie îndeplinite simultan condițiile

$$f(0) = -1, \quad f'(1) = 50, \quad \int_0^1 f(x) dx = 1.$$

2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- Să se calculeze A^2 .
 - Să se determine matricea $B = 6A^5 + 5A^4 - I_2$.
3. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuații $d_1 : 2x + 3y = 0$ și $d_2 : 5x + 8y = 0$.
- Să se determine coordonatele punctului de intersecție al celor două drepte.
 - Să se scrie ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1, 1)$ și are panta 3.

SUBIECTUL II

Se consideră polinomul cu coeficienți reali $f = 2X^3 - X^2 - 5X - 2$.

- Să se calculeze $f(2)$.
- Să se determine câtul și restul împărțirii lui f la $X - 2$.
- Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- Să se rezolve ecuația $C_n^2 = 6$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

SUBIECTUL III

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$.

- Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- Să se determine $f'(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x+1} + x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Să se calculeze $\int_0^3 g(x) dx$.

SUBIECTUL IV

Se consideră mulțimea numerelor reale \mathbb{R} pe care se definește legea de compoziție $x \star y = x + y - 4$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

- Să se arate că legea " \star " este comutativă.
- Să se arate că legea " \star " este asociativă.
- Să se arate că $e = -4$ este elementul neutru al legii " \star ".
- Să se verifice că pentru orice $x \in \mathbb{R}$ este adevărată relația $x \star (-x + 8) = 4$.
- Să se rezolve ecuația $\underbrace{x \star x \star \dots \star x}_{\text{de 100 ori } x} = 4$.