

SIMULARE - MARTIE
Varianta 1

Profilul industrial silvic, agricol, sportiv-real

SUBIECTUL I

Pentru $a, b \in \mathbb{R}$ se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} a-1 & b^2+1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$.

1. a) Să se calculeze $\det A$.
b) Să se arate că $\det A \geq 0$, $(\forall) a, b \in \mathbb{R}$.
c) Să se arate că $\det A = 0 \Leftrightarrow a = 1$ și $b = 0$.
2. Pentru $a = b = 1$ să se calculeze:
a) A^2 și A^4 .
b) A^{-1} folosind eventual 2. a).
c) A^{2000} .
3. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $A^2 = -4I_2$.

SUBIECTUL II

Fie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției.

1. a) Să se determine D .
b) Să se determine $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ și $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
2. a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in D$.
b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .
c) Să se arate că există $A, B \in \mathbb{R}$ astfel încât
$$f'(x) = \frac{A}{x} - \frac{B}{x+1}, x \in D.$$

d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f'(1) + f'(2) + \dots + f'(n))$.
3. Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1, f(1))$.

SUBIECTUL III

Pe \mathbb{R} se definește legea " \star " prin $x \star y = x + ay + 3$, $a \in \mathbb{R}$.

1. Să se arate că " \star " este comutativă $\Leftrightarrow a = 1$.
2. Fie $I = [-3, \infty)$ și $a = 1$. Să se arate că:
a) I este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea " \star ".
b) " \star " are element neutru pe 1.
c) I conține un singur element simetrizabil în raport cu legea " \star ".
3. Pentru $a = 1$ să se rezolve ecuația $x \star x \star x \star x \star x \star x \star x = 37$.

SUBIECTUL IV

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x - 3)^5$.

1. Să se calculeze $\int f(x) dx$.
2. Fie $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a funcției f . Să se calculeze $F''(x)$.
3. Știind că $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, să se calculeze a_3 și $\frac{a_4}{a_5}$.