Varianta 2

SUBIECTUL I

Pentru $m \in \mathbb{R}$ se consideră sistemul $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \\ 3x+my=5 \end{cases}$.

1. Să se rezolve sistemul pentru $m=2$.

2. Să se arate că pentru $m \neq 2$ sistemul nu are soluţii.

3. Într-un sistem cartezian de coordonate xOy se consideră dreptele $d_1 : x+2y-3=0$, $d_2 : 2x-y-1=0$ şi $d_m : 3x+my-5=0$, $m \in \mathbb{R}$.

a) Să se deducă din 1. că dreptele d_1 şi d_2 se intersectează în $A(1,1)$.

b) Să se deducă din 1. şi 2. că $A \in d_m$ dacă şi numai dacă $m=2$.

SUBIECTUL II

Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2} - x$, unde D este domeniul maxim de definiţie.

1. Să se determine D.

2. Să se determine coordonatele punctului de intersecţie al graficului funcţiei f cu axa Ox.

3. Să se calculeze:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

SUBIECTUL III

Se consideră mulţimea $G = \left\{ A(x) \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \,\middle|\, A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \; x \in \mathbb{R} \right\}$.

1. Să se arate că $A(x)A(y) = A(x+y)$, $(\forall)\ x, y \in \mathbb{R}$.

2. Să se arate că:

a) $A(x)A(y) = A(y)A(x)$, $(\forall)\ x, y \in \mathbb{R}$.

b) $A(x)A(0) = A(x)$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$.

c) $A(x)A(-x) = A(0)$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$.

d) $(G, \cdot)$ este grup comutativ.

3. Să se calculeze $A^n(3)$, $n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL IV

Fie $f : (1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2+ax+b}{x-1}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

1. Să se determine $f'(x)$, $x \in (1,\infty)$.

2. Să se determine a şi b astfel încât $f(2)=1$ şi $f'(2)=0$.

3. Dacă $a=-3$ şi $b=3$, se cere:

a) Să se stabilească semnul lui f' pe $(1,\infty)$.

b) Să se determine intervalele de monotonie ale lui f.

4. Să se calculeze $\displaystyle\int \frac{x^2-3x+3}{x-1}\,dx$, $x \in (1,\infty)$ şi $\displaystyle\int_2^3 \frac{x^2-3x+3}{x-1}\,dx$.