

**SIMULARE - MARTIE**  
**Varianta 1**

Profilul pedagogic

**SUBIECTUL I**

1. Să se demonstreze că suma  $S = \overline{ab4} + \overline{aba} + \overline{a1b}$  este divizibilă cu 7 (termenii sumei sunt numere naturale în baza 10).
2. Suma a trei numere naturale este 37. Dacă se mărește primul cu 150% din el, al doilea se micșorează cu 25% din el, iar al treilea se micșorează cu 5, atunci numerele obținute sunt egale. Să se afle numerele.

**SUBIECTUL II**

1. Determinați elementele mulțimii  $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6x+9}{3x+2} \in \mathbb{Z} \right\}$
2. Să se determine rădăcinile polinomului  $P(X) = 2X^3 - 7X^2 - 5X + 4$ , știind că  $P(X)$  este divizibil cu  $X + 1$ .
3. Să se rezolve ecuațiile:
  - a)  $9^{x^2-1} - 4 \cdot 3^{x^2-1} + 3 = 0$ .
  - b)  $\log_3 \frac{x+5}{x+3} + 2 \log_9(x+1) = 1$ .

**SUBIECTUL III**

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & x & 3 \\ x & -1 & x \\ 1 & 2 & m \end{pmatrix}$ .
  - a) Să se calculeze  $\det A$ .
  - b) Să se determine valorile parametrului real  $m$  astfel încât matricea  $A$  să fie inversabilă pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  definim legea de compoziție  $x \star y = xy + 3x + 3y + 6$ .
  - a) Să se arate că  $(\mathbb{R}, \star)$  este monoid comutativ.
  - b) Să se găsească elementele inversabile ale monoidului.

**SUBIECTUL IV**

1. Fie un triunghi  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , iar  $D$  mijlocul segmentului  $[BC]$ . Punctul  $E$  este simetricul lui  $B$  față de dreapta  $AD$ . Să se arate că:
  - a)  $EC \parallel AD$ .
  - b) Punctele  $A, B, C, E$  sunt vârfurile unui patrulater inscriptibil.
2. Se consideră tetraedrul  $SABC$  ale cărui muchii  $[SA], [SB], [SC]$  sunt două câte două perpendiculare și  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Se cere:
  - a) Să se calculeze lungimile muchiilor  $[SA], [SB], [SC]$ .
  - b) Să se calculeze volumul tetraedrului  $SABC$ .
  - c) Să se arate că proiecția  $H$  a lui  $S$  pe planul  $(ABC)$  coincide cu punctul de concurență al înălțimilor triunghiului  $ABC$ .
  - d) Să se arate că aria triunghiului  $SBC$  este medie proporțională între ariile triunghiurilor  $HBC$  și  $ABC$ .