

Varianta 2

SUBIECTUL I

- Într-o clasă sunt băieți și fete. Numărul băieților este cu 3 mai mare decât numărul fetelor. Dacă ar mai veni 4 băieți și ar pleca 4 fete, atunci numărul băieților ar fi de două ori mai mare decât numărul fetelor. Să se afle câți elevi sunt în clasă.
- Să se afle $z \in \mathbb{Z}$ astfel încât fracția $\frac{3x+5}{2x-3}$ să reprezinte un număr întreg.

SUBIECTUL II

Fie ecuația $x^2 - mx + m - 1 = 0$, unde m este parametru real și x_1, x_2 soluțiile ei.

- a) Să se determine valorile parametrului m pentru care are loc relația

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 + x_2} > x_1 + x_2.$$

- b) Să se determine m astfel încât $x_1^{10} + x_2^{10} = 2$.

SUBIECTUL III

- Să se rezolve ecuația $\log_5(x+5) = 3 - \log_5(x+25)$.
- Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și matricea $B = \begin{pmatrix} u & v \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Determinați $u, v \in \mathbb{R}$ pentru care are loc egalitatea $AB = BA$.
- Pe mulțimea $G = (3, \infty)$ se definește legea "★" prin $x \star y = xy - 3(x+y) + 12$.
 - Să se arate că (G, \star) este grup comutativ.
 - Să se rezolve ecuația $x \star 8 = 13$.

SUBIECTUL IV

- Se consideră rombul $ABCD$ și un punct $F \in (BC)$. Dreapta DF intersectează dreapta AB în E . Notăm cu M mijlocul lui $[DF]$ și cu G mijlocul lui $[EF]$. Să se arate că:
 - triunghiurile BEG și CDM sunt asemenea;
 - $CD \cdot BG = CM \cdot BE$;
 - $AD^2 = AE \cdot CF$.
- Un paralelipiped dreptunghic are lungimea diagonalei egală cu $5\sqrt{38}$ cm și dimensiunile direct proporționale cu numerele 2, 3 și 5.
 - Să se calculeze dimensiunile paralelipipedului.
 - Să se calculeze aria totală și volumul paralelipipedului.
 - Paralelipipedul este din lemn. Se vopsesc toate fețele lui, apoi se taie cu plane paralele cu fețele astfel încât să se obțină cuburi cu muchia de 5 cm.
 - Câte tăieturi se vor face în total.
 - Dintre cuburile obținute câte au vopsite numai trei fețe? Dar numai o față?