

Subiect profil economic

Varianta 1.

I. 1. (1p) Să se rezolve sistemul:
$$\begin{cases} A_x^y = 7A_x^{y-1} \\ 6C_x^y = 5C_x^{y+1} \end{cases}$$

2. (1,5p) Se consideră matricele: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & p \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & p & 4 \\ 3 & -1 & 1 & q \end{pmatrix}$. Să se afle

numerele reale p și q astfel încât cele două matrice să aibă același rang.

3. (2p) Pentru $x, y \in \mathbf{R}$ definim legea de compoziție $x * y = xy - x - y + 2$. Demonstrați că $G = (1, \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbf{R} în raport cu operația $*$ și că G , împreună cu operația indusă, are o structură de grup comutativ. Demonstrați că funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow G$, $f(x) = 2^x + 1$ este un izomorfism între grupul $(\mathbf{R}, +)$ și $(G, *)$.

II. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.

- (2p) Să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția, folosind și derivata a doua.
- (1,5p) Să se calculeze $\lim_{u \rightarrow \infty} A(u)$, unde $A(u)$ reprezintă aria mulțimii plane mărginite de graficul funcției, axa Ox și dreptele de ecuații: $x=1$ și $x=u$ ($u > 1$).

III. (1p) Să se scrie ecuația simetricii drepte de ecuație $3x + y - 1 = 0$ față de punctul $A(4, -2)$.