

Subiect profil economic

Varianta 3.

I. 1. (1p) Să se determine suma primilor 20 de termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ dacă:

$$a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$$

2. (1,5p) Se consideră sistemul:
$$\begin{cases} 4x + my = 0 \\ y - z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$$

Pentru ce valori ale parametrului real m sistemul are și soluții diferite de soluția nulă ?

Să se rezolve sistemul în acest caz.

3. Fie K un corp comutativ și polinomul $f \in K[X]$.

- a) (1p) Dacă $a, b \in K$ și $a \neq b$, demonstrați că restul împărțirii polinomului f la $(X-a)(X-b)$ este $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} \cdot X + \frac{af(b) - bf(a)}{a - b}$.
- b) (0,5p) Demonstrați că dacă $a \neq b$, $X - a/f$ și $X - b/f$, atunci $(X-a)(X-b)/f$.

II. 1. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} - \{-1, 3\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax}{(x+3)^2}$.

- a) (0,75p) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ pentru care tangenta la graficul funcției în punctul de abscisă 1 este paralelă cu axa Ox .
- b) (2p) Pentru $a = -3$ să se studieze variația și să se reprezinte grafic funcția, folosind și derivata a doua.
2. (1,25p) Să se calculeze volumul corpului de rotație generat de funcția

$$f: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

III. (1p) Se dă dreapta d de ecuație $2x - y + 4 = 0$. Să se cerceteze dacă punctele $A(-5, 3)$ și $B\left(\frac{11}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ sunt simetrice față de dreapta d .