

Subiect profil economic

Varianta 4.

I. 1. (1,5p) Să se rezolve ecuația: $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$

2. (1,5p) Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuația:

$$4mx^2 + 4(1-2m)x + 3(m-1) = 0 \text{ are rădăcini strict pozitive.}$$

3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) (0,5p) Să se demonstreze că există $x, y \in \mathbf{R}$ astfel încât $A^2 = xA + yI_3$ (unde I_3 este matricea unitate).

b) (1p) Este matricea A inversabilă? În caz afirmativ, să se calculeze A^{-1} .

II. 1. (2p) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{e^x}, & x \in (-\infty, 1) \\ \frac{\ln^2 x}{x}, & x \in [1, \infty) \end{cases}$

Să se demonstreze că funcția f are primitive pe \mathbf{R} și să se afle o primitivă a sa.

2. (1,5p) Știind că $a+b+1=0$, să se calculeze limita: $\lim_{n \rightarrow \infty} (a\sqrt{n+1} + b\sqrt{n+2} + \sqrt{n+3})$

III. (1p) Știind că $A(1,2)$ este piciorul perpendicularei duse din origine pe dreapta d , să se scrie ecuația dreptei d .